

## KARTA PRZEDMIOTU

Nazwa przedmiotu: **Matematyka II (WTCCXCSM-Mat)**

Nazwa w języku polskim:

Nazwa w jęz. angielskim: **Mathematics**

### Dane dotyczące przedmiotu:

Jednostka oferująca przedmiot: Wydział Cybernetyki  
Przedmiot dla jednostki: Wydział Nowych Technologii i Chemii  
Cykl dydaktyczny: Semestr letni 2023/2024  
Koordynator przedmiotu cyklu: dr Krystyna Jaworska

### Domyślny typ protokołu dla przedmiotu:

Zaliczenie na ocenę

### Język wykładowy:

polski

### Skrócony opis:

Przedmiot służy do poznania i zrozumienia przez studentów podstawowych pojęć i twierdzeń matematyki, szczególnie rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wektorowych, teorii grup i rachunku wariacyjnego, oraz opanowania elementarnych umiejętności rachunkowych z zakresem wiedzy obejmującym: krzywe i powierzchnie w przestrzeni trójwymiarowej, określenia i przykłady pól wektorowych, całki krzywoliniowe skierowana i nieskierowana, całki powierzchniowe zorientowana i niezorientowana, podstawowe twierdzenia rachunku całkowego funkcji wektorowych, grupy i podgrupy, grupy przekształceń, reprezentacje grup, podstawy rachunku wariacyjnego, ekstrema i ekstremałe funkcjonałów.

### Opis:

Wykład / metody dydaktyczne

Tematy kolejnych wykładów (po dwie godziny lekcyjne):

1. Krzywe i powierzchnie w przestrzeni trójwymiarowej. Krzywe i powierzchnie drugiego stopnia.
  2. Określenia i przykłady pól wektorowych. Operacje różniczkowe i całkowe na polach skalarnych i wektorowych. Pole źródłowe i pole wirowe.
  3. Całki krzywoliniowe skierowana i nieskierowana. Określenia i podstawowe właściwości.
  4. Całki powierzchniowe zorientowana i niezorientowana. Określenia i podstawowe właściwości.
  5. Twierdzenia rachunku całkowego funkcji wektorowych. Twierdzenia Greena dla pól płaskich, Greena-Gaussa-Ostrogradskiego, Stokesa.
  6. Grupy i podgrupy. Podstawowe określenia i twierdzenia.
  7. Grupy i podgrupy. Konstrukcje i przykłady grup i podgrup.
  8. Grupy przekształceń. Przekształcenia tożsamościowe trójwymiarowej przestrzeni z siecią przestrzenną. Elementy symetrii: środki, płaszczyzny i osie.
  9. Grupy przekształceń. Grupy przekształceń. Macierze przekształceń.
  10. Reprezentacje grup. Grupy punktowe i przestrzenne w krystalografii oraz klasy symetrii kryształów.
  11. Reprezentacje grup. Przykłady grup krystalograficznych.
  12. Podstawy rachunku wariacyjnego. Przestrzenie funkcyjne metryczne i unormowane. Funkcjonały. Ciągłość i liniowość funkcjonału.
  13. Podstawy rachunku wariacyjnego. Zagadnienie o stałych granicach. Wariacja funkcjonału.
  14. Ekstrema i ekstremałe funkcjonałów. Warunek konieczny ekstremum funkcjonału. Równanie Eulera-Lagrange'a.
  15. Ekstrema i ekstremałe funkcjonałów. Przykłady funkcjonałów. Energia swobodna w fizyce. Równanie Eulera-Lagrange'a.
- / wykład z możliwym wykorzystaniem technik audiowizualnych, podanie zadań do samodzielnego rozwiązania i tematów do studiowania
- Ćwiczenia / metody dydaktyczne

Tematy kolejnych ćwiczeń (po dwie godziny lekcyjne):

1. Krzywe i powierzchnie w przestrzeni trójwymiarowej. Krzywe i powierzchnie drugiego stopnia.
  2. Określenia i przykłady pól wektorowych. Operacje różniczkowe i całkowe na polach skalarnych i wektorowych. Pole źródłowe i pole wirowe.
  3. Całki krzywoliniowe skierowana i nieskierowana. Określenia i podstawowe właściwości.
  4. Całki powierzchniowe zorientowana i niezorientowana. Określenia i podstawowe właściwości.
  5. Twierdzenia rachunku całkowego funkcji wektorowych. Twierdzenia Greena dla pól płaskich, Greena-Gaussa-Ostrogradskiego, Stokesa.
  6. Grupy i podgrupy. Podstawowe określenia i twierdzenia.
  7. Grupy i podgrupy. Konstrukcje i przykłady grup i podgrup.
  8. Grupy przekształceń. Przekształcenia tożsamościowe trójwymiarowej przestrzeni z siecią przestrzenną. Elementy symetrii: środki, płaszczyzny i osie.
  9. Grupy przekształceń. Grupy przekształceń. Macierze przekształceń.
  10. Reprezentacje grup. Grupy punktowe i przestrzenne w krystalografii oraz klasy symetrii kryształów.
  11. Reprezentacje grup. Przykłady grup krystalograficznych.
  12. Podstawy rachunku wariacyjnego. Przestrzenie funkcyjne metryczne i unormowane. Funkcjonały. Ciągłość i liniowość funkcjonału.
  13. Podstawy rachunku wariacyjnego. Zagadnienie o stałych granicach. Wariacja funkcjonału.
  14. Ekstrema i ekstremałe funkcjonałów. Warunek konieczny ekstremum funkcjonału. Równanie Eulera-Lagrange'a.
  15. Ekstrema i ekstremałe funkcjonałów. Przykłady funkcjonałów. Energia swobodna w fizyce. Równanie Eulera-Lagrange'a.
- / ćwiczenia rachunkowe ułatwiające opanowanie, zrozumienie i usystematyzowanie wiedzy wyniesionej z wykładów i własnych studiów studentów oraz nabycie umiejętności rachunkowych, podanie zadań do samodzielnego rozwiązania i tematów do studiowania, pisemna praca kontrolna

### Literatura:

podstawowa:

- R. Leitner, Zarys matematyki wyższej, część I i II, WNT, 1994.  
R. Leitner, J. Zacharski, Zarys matematyki wyższej, część III, WNT, 1994.  
W. Kryszicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II, WNT, 2002.  
R. Leitner, W. Matuszewski, Z. Rojek, Zadania z matematyki wyższej, część I i II, WNT, 1998.  
J. Gawinecki, Matematyka dla informatyków, część I i II, WNT, 2003.  
A.I. Kostrykin, Wstęp do algebry, część I, II i III, PWN, 2004.  
A.I. Kostrykin, Zbiór zadań z algebry, PWN, 2005.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Z. Domański, J. Gawinecki, Algebra w zadaniach, skrypt WAT, 1989.<br/> L.E. Elsgolc, Rachunek wariacyjny, PWN, 1961.<br/> I.M. Gelfand, S.W. Fomin, Rachunek wariacyjny, PWN, 1971.<br/> uzupełniająca:<br/> W. Leksiński, J. Nabiałek, W. Żakowski, Matematyka. Definicje, twierdzenia, przykłady, zadania, WNT, 1992.<br/> J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, 2005.<br/> J. Chojnacki, Elementy krystalografii chemicznej i fizycznej, PWN, 1973.<br/> K. Mathiak, P. Stingl, Teoria grup dla chemików, PWN, 1978.<br/> W. Stankiewicz, Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, część I, WNT, 1995.<br/> W. Stankiewicz, J. Woitowicz, Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych. część II. WNT. 1995.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <p><b>Efekty uczenia się:</b><br/> symbol / efekt uczenia się / odniesienie do efektów kierunku<br/> Student, który zaliczył przedmiot,<br/> W01 – Ma podstawową wiedzę, stanowiącą bazę dla zrozumienia i studiowania przedmiotów kierunkowych, w zakresie analizy matematycznej i algebry. Zna symbole i elementarne pojęcia teorii grup. Zna symbole i podstawowe pojęcia rachunku różniczkowego i całkowego wektorowych funkcji wielu zmiennych rzeczywistych oraz rachunku wariacyjnego. / K_W14, K_W15<br/> W02 – Zna podstawowe sposoby i wzory znajdowania całek krzywoliniowych i powierzchniowych. Zna i rozumie pojęcie i przykłady tożsamościowych przekształceń trójwymiarowej przestrzeni z siecią przestrzenną. Rozumie pojęcie i zna przykłady grup krystalograficznych. Zna przykłady zagadnień rachunku wariacyjnego w fizyce i chemii. Rozumie pojęcie ekstremali funkcjonalu. / K_W14, K_W15<br/> U01 – Umie posługiwać się w podstawowym zakresie językiem analizy matematycznej, wykorzystując właściwe symbole, określenia i odpowiednie twierdzenia. Umie stosować rachunek różniczkowy i całkowy wektorowych funkcji wielu zmiennych do rozwiązywania zadań. Umie posługiwać się w elementarnym zakresie językiem teorii grup. Umie wyprowadzić równanie Eulera-Lagrange'a dla najprostszych funkcjonalów. / K_U08, K_U17<br/> U02 – Umie formułować i rozwiązywać proste problemy z wykorzystaniem całek krzywoliniowych i powierzchniowych. Umie zastosować rachunek macierzowy do zapisu grup przekształceń. Umie sformułować proste zagadnienie wariacyjne. / K_U08, K_U17<br/> U03 – Potrafi pożytkować informacje z literatury, baz danych i innych źródeł (także anglojęzycznych); potrafi interpretować uzyskane informacje i formułować wnioski. Ma wyrobioną wewnętrzną potrzebę i umiejętność ustawicznego uzupełniania i nowelizacji nabytej wiedzy poprzez samokształcenie. / K_U10, K_U14<br/> K01 – Rozumie potrzebę ciągłego dokształcania się i odświeżania wiedzy, w szczególności związanej ze złożoną strukturą matematyki. / K_K01</p> |
| <p><b>Metody i kryteria oceniania:</b><br/> Przedmiot zaliczany jest na podstawie zaliczenia z oceną sprawdzającego wiedzę (W01 i W02) i umiejętności (U01 i U02).<br/> Zaliczenie przeprowadzane jest w formie pisemnej lub ustnej i pisemnej.<br/> Warunkiem dopuszczenia do zaliczenia jest zaliczenie ćwiczeń.<br/> Ćwiczenia zaliczane są na podstawie wyników prac kontrolnych przeprowadzanych pod bezpośrednią kontrolą podczas zajęć (U01, U02, W01, W02) lub w formie zadań do samodzielnego rozwiązania (U01, U02, U03).<br/> Dodatkowo studenci otrzymują wskazówki do samodzielnego studiowania z zachętą do korzystania z różnorodnych źródeł wiedzy (U03, K01).<br/> Skala ocen: dostatecznie (3) – student zna i rozumie większość wyłożonych zagadnień, umie rozwiązywać najprostsze zadania rachunkowe, rozumie treść najważniejszych twierdzeń; dobrze (4) – student zna i rozumie znaczną większość wyłożonych zagadnień, umie formułować i rozwiązywać najprostsze zadania rachunkowe oraz interpretować ich wyniki za pomocą twierdzeń; bardzo dobrze (5) – student zna i rozumie wszystkie wyłożone zagadnienia, umie formułować i rozwiązywać zadania rachunkowe oraz interpretować ich wyniki za pomocą twierdzeń; dość dobrze (3,5) i ponad dobrze (4,5) – pośrednio między dostatecznie i dobrze oraz między dobrze i bardzo dobrze.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p><b>Praktyki zawodowe:</b><br/> Nie przewiduje się.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <p><b>Forma studiów</b><br/> stacjonarne</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <p><b>Rodzaj studiów</b><br/> II stopnia</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <p><b>Rodzaj przedmiotu</b><br/> obowiązkowy</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <p><b>Przedmioty wprowadzające</b><br/> Matematyka 1. / Student powinien znać: symbole i elementarne pojęcia logiki i teorii mnogości; funkcje elementarne; liczby rzeczywiste i zespolone; podstawowe pojęcia, określenia i twierdzenia algebry liniowej i geometrii analitycznej; rachunek wektorowy i macierzowy, przestrzenie wektorowe, układy liniowych równań algebraicznych i metody ich rozwiązywania; analityczne konstrukcje prostych i płaszczyzn; krzywe i powierzchnie drugiego stopnia.<br/> Matematyka 2. / Student powinien znać: symbole, określenia, twierdzenia i przykłady dotyczące ciągów i szeregów liczbowych, rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej rzeczywistej oraz rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych. Student powinien umieć obliczać granice ciągów i funkcji jednej zmiennej, znajdować pochodne i całki oznaczone i nieoznaczone oraz znajdować pochodne cząstkowe.<br/> Matematyka 3. / Student powinien znać: symbole, określenia, twierdzenia i przykłady dotyczące rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych, równań różniczkowych zwyczajnych oraz pojęć prawdopodobieństwa, zmiennej losowej i rozkładu prawdopodobieństwa. Student powinien umieć obliczać całki wielokrotne i prawdopodobieństwa zdarzeń losowych.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <p><b>Programy</b><br/> rok studiów: pierwszy (pierwszy semestr) / kierunek: chemia / specjalność: wszystkie</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <p><b>Forma zajęć liczba godzin/rygor</b><br/> W / 30+, C / 30, L / 0, P / 0, S / 0, Razem: 60</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Autor</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| dr Krystyna Jaworska, dr hab. Marek Kojdecki                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Bilans ECTS</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| <p>aktywność / obciążenie studenta w godzinach<br/>studia stacjonarne</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Udział w wykładach / 30</li> <li>2. Udział w ćwiczeniach rachunkowych / 30</li> <li>3. Udział w ćwiczeniach laboratoryjnych / 0</li> <li>4. Udział w ćwiczeniach projektowych / 0</li> <li>5. Udział w seminariach / 0</li> <li>6. Samodzielne studiowanie tematyki wykładów / 30</li> <li>7. Samodzielne przygotowanie do ćwiczeń / 28</li> <li>8. Samodzielne przygotowanie do laboratoriów / 0</li> <li>9. Realizacja projektu / 0</li> <li>10. Samodzielne przygotowanie do seminarium / 0</li> <li>11. Udział w konsultacjach / 2</li> <li>12. Przygotowanie do egzaminu / 0</li> <li>13. Przygotowanie do zaliczenia / 0</li> <li>14. Udział w egzaminie / 0</li> </ol> <p>Sumaryczne obciążenie pracą studenta: 120 godzin / 4 punkty ECTS</p> <p>Zajęcia:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– z udziałem nauczycieli (1+2+3+4+5+11+14): 62 godziny / 4 punkty ECTS</li> <li>– powiązane z działalnością naukową (1 do 10): 118 godzin / 4 punkty ECTS</li> <li>– o charakterze praktycznym (2+3+4+7+8+9): 58 godzin / 4 punkty ECTS</li> </ul> |
| <b>Dane dotyczące przedmiotu cyklu:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>Domyślny typ protokołu dla przedmiotu cyklu:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| Zaliczenie na ocenę                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |