PODSTAWY MECHANIKI RELATYWISTYCZNEJ

W wielu przypadkach $v \approx c$:

- o elektromagnetyzm,
- o fizyka jądrowa,
- o fizyka cząstek elementarnych (np. foton, neutron),
- o galaktyki oddalają się z prędkościami bliskimi *c*,
- o efekty relatywistyczne w gwiazdach neutronowych, pulsarach i czarnych dziurach,
- o związki relatywistyczne pomiędzy masą, energią i pędem.

Postulaty teorii względności

- o w końcu XIX w. Maxwell i Hertz zaproponowali koncepcję światła jako promieniowania elektromagnetycznego.
- o koncepcja eteru świetlnego jako pierwotnego i bezwzględnego układu odniesienia dla światła
- o 1887 r. – eksperyment Michelsona i Morleya w celu sprawdzenia natury eteru świetlnego i wyznaczenia prędkości światła względem niego.

Albert A. Michelson
(1852–1931)
Nobel 1907

Apostoł światła

(o Albercie Abrahamie Michelsonie)

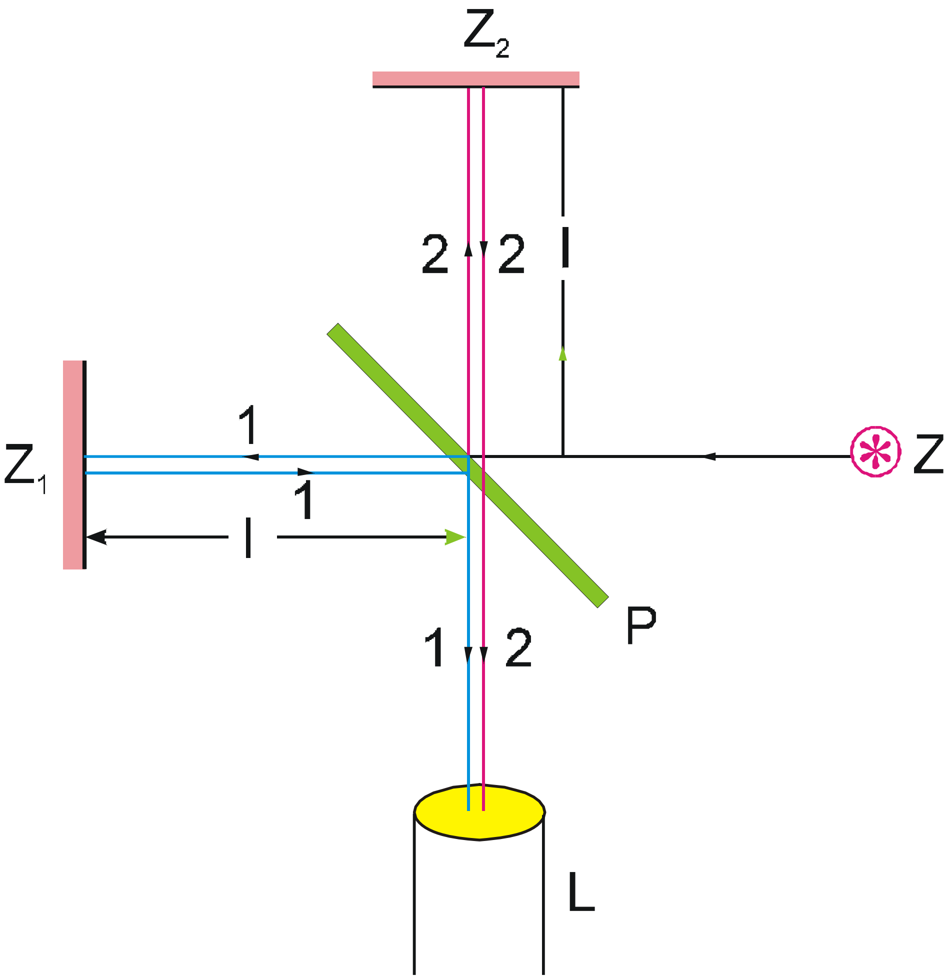
Tomasz Kardaś i Szymon Kardaś

Postępy Fizyki, Tom 55, Zeszyt 2, s. 72–90 (2004)

Albert Abraham Michelson urodził się 19 grudnia 1852 w Strzelnie. Michelsonowie wyjechali ze Strzelna prawdopodobnie 21 sierpnia 1855 r. Wędrówkę rozpoczęli z Hamburga, a jej celem była Ameryka (przez Nowy Jork, Panamę, a na końcu San Francisco). Latem 1856 dotarli do celu podróży.

Albert Abraham Michelson ukończył Akademię Marynarki Wojennej w Annapolis w 1873 roku. Pierwsze pomiary prędkości światła dokonał w 1877 r. W 1887 zaprosił do współpracy Edwarda Morleya, który był chemikiem i udostępnił swoje laboratorium do dalszych badań. Obydwaj decydujące pomiary przeprowadzili 8, 9 i 11 lipca 1887 r o godzinie 12 oraz 8, 9 i 12 lipca o godz. 18. Sprawozdanie zatytułowane „On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether" opublikowali w American Journal of Science, t. 34, nr 203 z listopada 1887 r. Ich wniosek był następujący; "nie ma widocznej różnicy w prędkości światła, niezależnie od kierunku, w którym porusza się obserwator". W 1907 r. uzyskał Nagrodę Nobla wspólnie z Morleyem. Zmarł 9 maja 1931 r.

Albert A. Michelson w Ryerson Physical Laboratory w Chicago (1926).



Rys. 3.3 Schemat interferometru Michelsona użytego do wyznaczenia prędkości światła względem Ziemi.

Jeżeli interferometr jest w spoczynku względem eteru to oba promienie przechodzą tę samą drogę optyczną.

Prędkość światła względem eteru wynosi *c*. Droga promienia w kierunku zwierciadła wyniesie

$$ct_1' = l + vt_1'$$

stąd

$$t_1' = \frac{l}{c - v}$$

Podobnie czas powrotu t_1'' promienia 1 obliczymy z równania

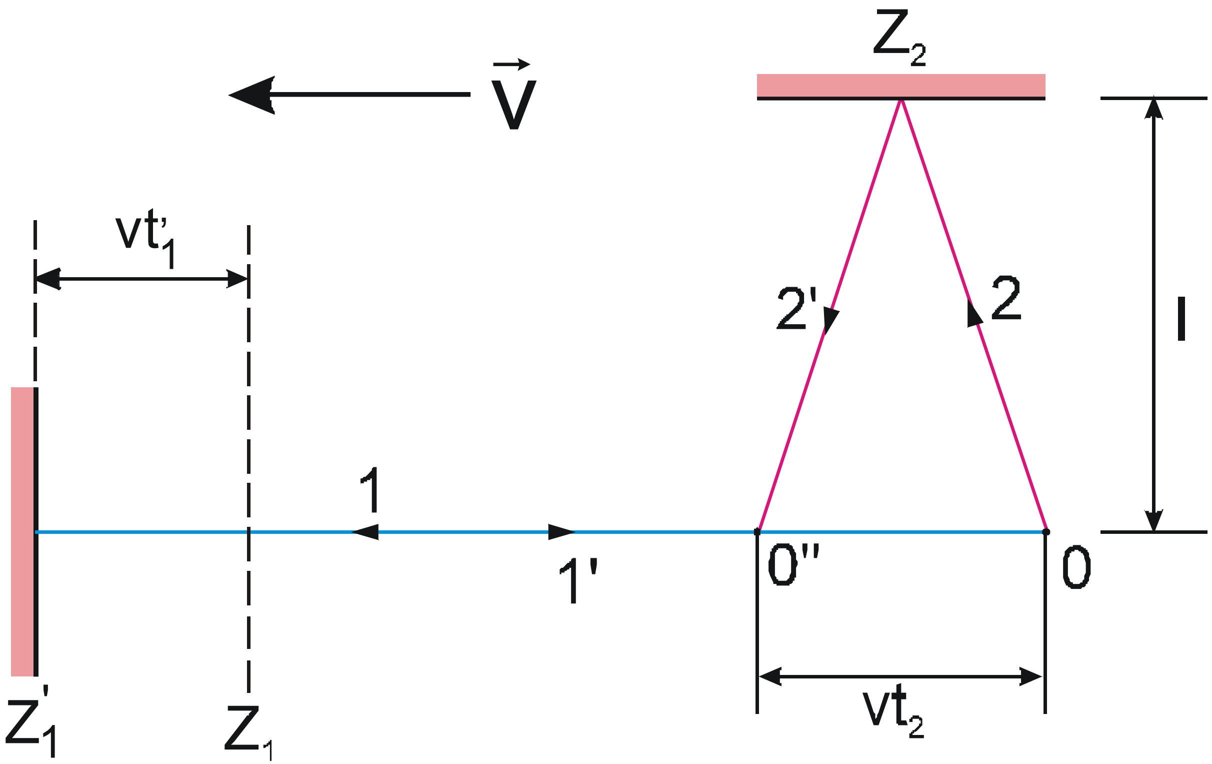
$$c\,t_1'' = l - vt_1''$$

stąd

$$t_1'' = \frac{l}{c + v} \qquad (3.9)$$

Zatem, czas przebiegu promienia 1 wyniesie:

$$t_1 = t_1' + t_1'' = \frac{2lc}{c^2 - v^2} \qquad (3.10)$$



Rys. 3.4. Względny ruch promienia światła odbijającego się od zwierciadeł Z_1 i Z_2.

Promień 2 przebiegnie drogę $0Z_20''$ w czasie t_2

$$0Z_20'' = 2\cdot 0Z_2 = 2\sqrt{l^2+\left(\frac{00'}{2}\right)^2} = 2\sqrt{l^2+\left(\frac{vt_2}{2}\right)^2}$$

Z drugiej strony droga ta jest równa

$$0Z_20'' = c\,t_2$$

stąd otrzymamy

$$t_2 = \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v^2}} \tag{3.11}$$

Widzimy, że $t_1 \neq t_2$. Promień 1 potrzebuje więcej czasu niż promień 2 na przebycie swojej drogi.

Warunki oświadczenia Michelsona-Morleya

- o ramię $0Z_1$ II do orbitalnego biegu Ziemi wokół Słońca,
- o prędkość tego ruchu Ziemi względem gwiazd ≈30 km/s,
- o długości ramion interferometru l = 16 m,
- o różnica dróg optycznych promieni ≈1/4 λ światła zielonego,
- o po obrocie interferometr o 90° różnica dróg optycznych promieni ≈1/4 λ

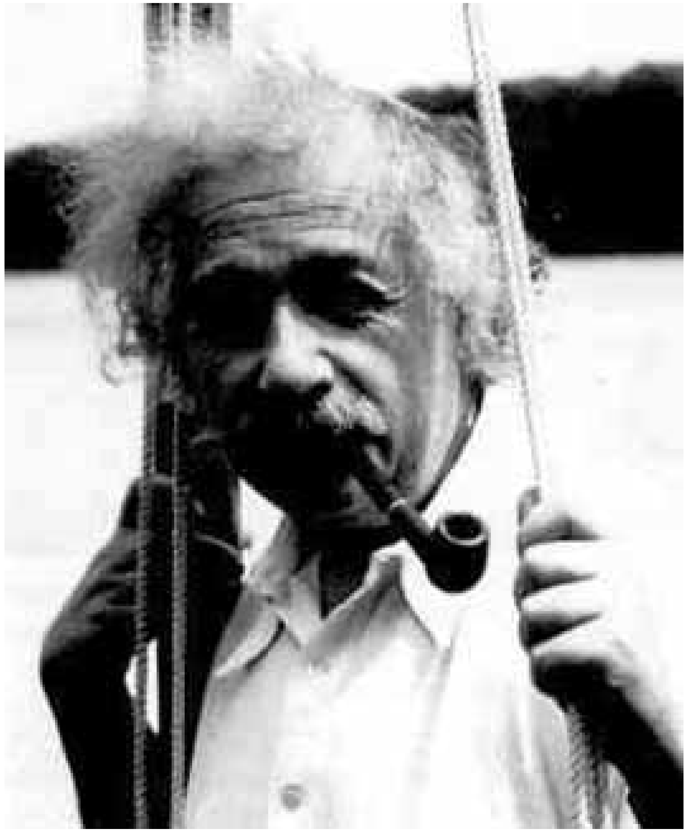
Wynik doświadczenia:

- o nie udało się stwierdzić zmiany obrazu interferencyjnego, więc i ruchu Ziemi względem eteru,
- o prędkość światła jest taka sama, niezależnie od tego czy jest ona mierzona przez obserwatora w układzie stacjonarnym, czy też przez obserwatora znajdującego się w układzie poruszającym się ze stałą prędkością względem światła,
- o ”negatywny” wynik doświadczenia Michelsona-Morleya spowodował przewrót w sposobie myślenia fizyków; powstała konieczność głębszego spojrzenia na naturę przestrzeni i czasu,
- o nie ma wyróżnionego układu odniesienia.

W 1905 r. Einstein odrzucił pojęcie eteru i sformułował szczególną zasadę względności: ***wszystkie prawa fizyki muszą być takie same we wszystkich układach inercjalnych poruszających się względem siebie ruchem jednostajnym prostoliniowym. Nie można też stwierdzić bezwzględnego spoczynku jakiegokolwiek układu.***

Albert Einstein
lived from 1879 to 1955

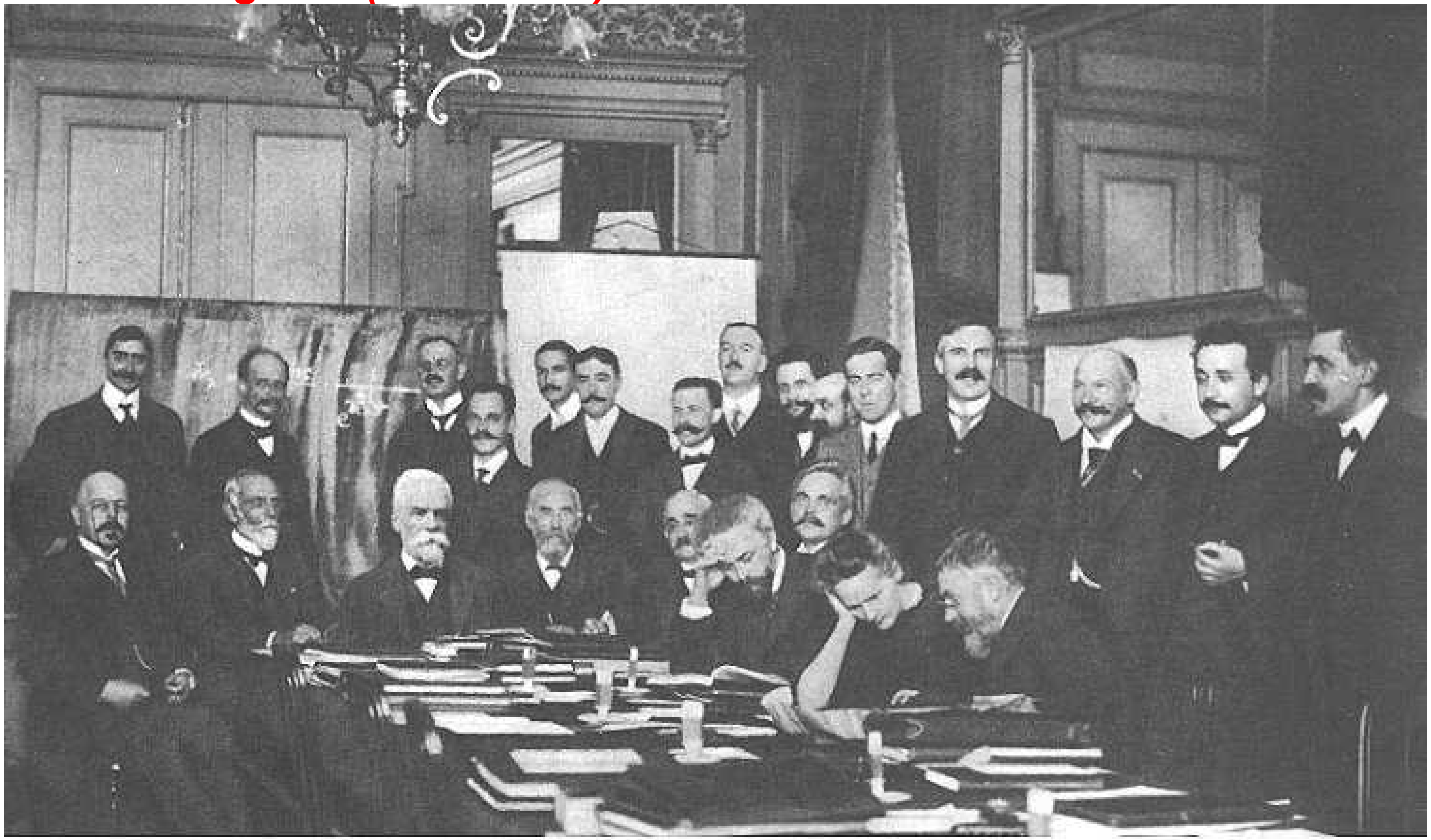
Born: 14 March 1879 in Ulm, Württemberg, Germany **Nobel 1921**
Died: 18 April 1955 in Princeton, New Jersey, USA



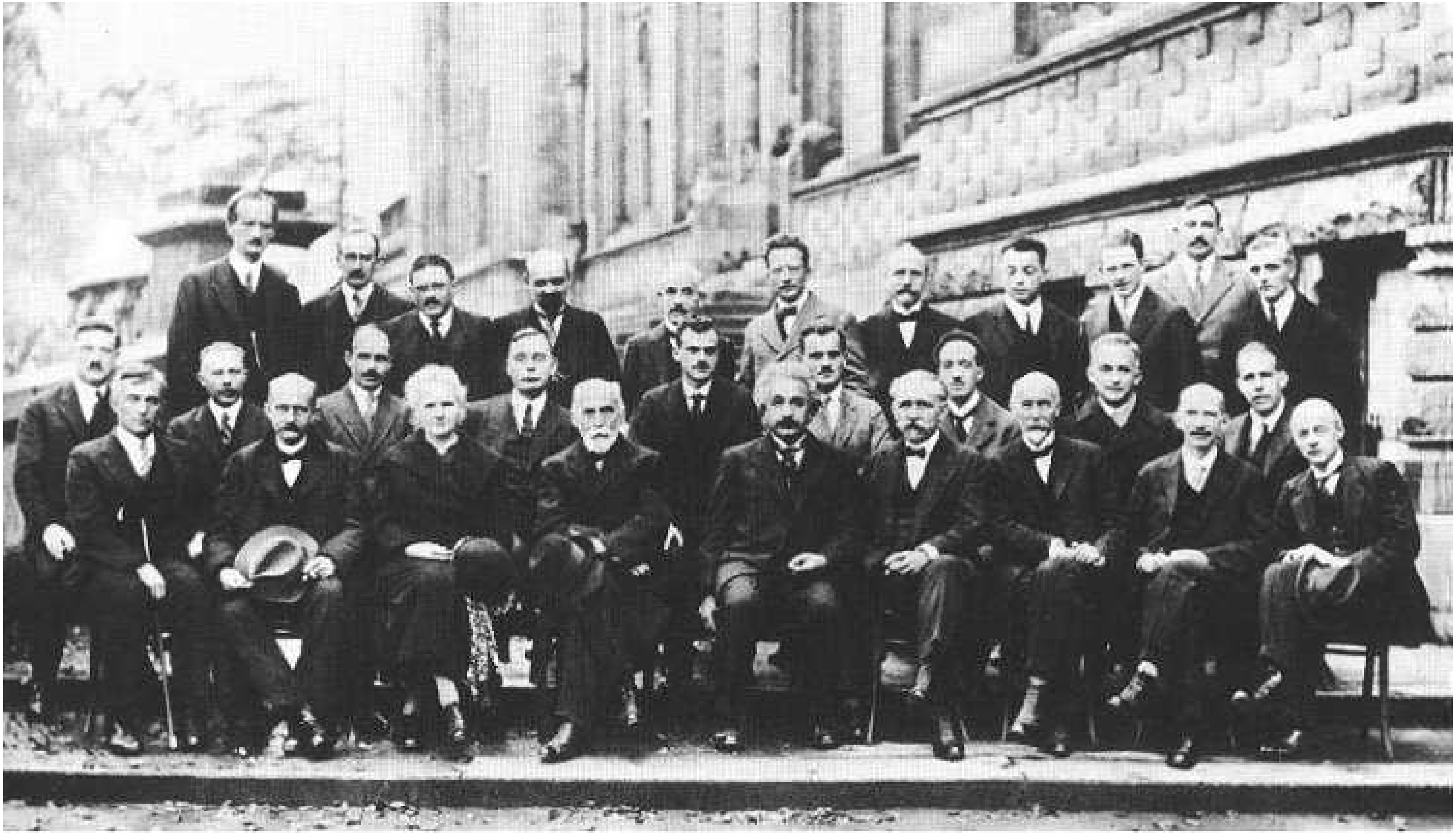
Einstein contributed more than any other scientist to the modern vision of physical reality. His special and general theories of relativity are still regarded as the most satisfactory model of the large-scale universe that we have.

First Solvay Physics Conference, Brussels, 1911.

Delegates attending the 1st of the Solvay Physics Conferences which were initiated by Belgian chemist and industrialist Ernest Solvay (1838-1922). The 1911 conference discussed current questions of molecular and kinetic theory. Those present included such luminaries as Marie Curie (1867-1934), Ernest Rutherford (1871-1937), Albert Einstein (1879-1955), Max Planck (1858-1947) and Paul Langevin (1872-1946).



GOLDSCHMIDT PLANCK RUBENS LINDEMANN HASENOHRL
NERNST BRILLOUIN SOMMERFELD M. DE BROGLIE HOSTELET
SOLVAY KNUDSEN HERZEN JEANS RUTHERFORD
LORENTZ WARBURG WIEN EINSTEIN LANGEVIN
PERRIN **Madame Curie** POINCARÉ KAMERLINGH ONNES



A. PICCARD E. HENRIOT P. EHRENFEST Ed. HERZEN Th. DE DONDER E. SCHRÖDINGER E. VERSCHAFFELT W. PAULI W. HEISENBERG R.H. FOWLER L. BRILLOUIN
P. DEBYE M. KNUDSEN W.L. BRAGG H.A. KRAMERS P.A.M. DIRAC A.H. COMPTON L. de BROGLIE M. BORN N. BOHR
I. LANGMUIR M. PLANCK **Madame Curie** H.A. LORENTZ A. EINSTEIN P. LANGEVIN Ch.E. GUYE C.T.R. WILSON O.W. RICHARDSON

Transformacje Galileusza nie odpowiadają postulatom teorii względności, ponieważ według nich prędkość światła jest równa w różnych układach inercjalnych.

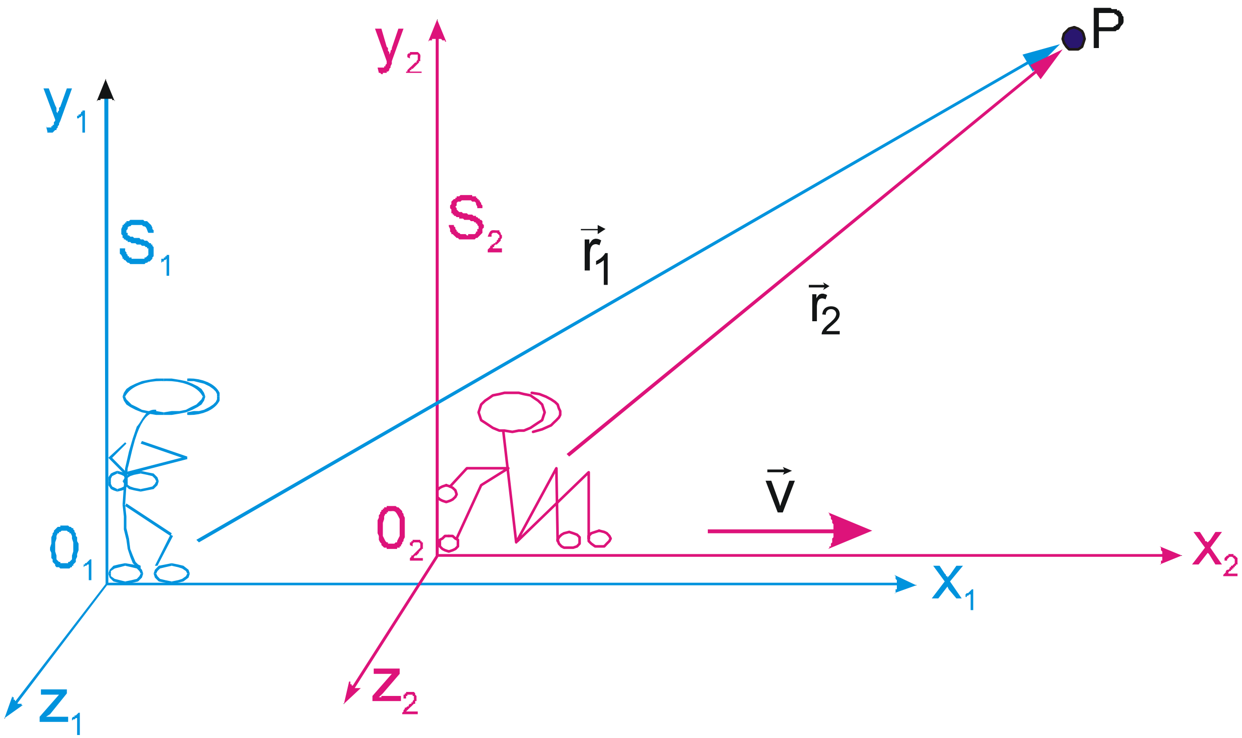
Teoria względności opiera się na dwóch postulatach:

- **szczegółowej zasadzie względności;**
- **stałości prędkości światła w próżni.**

Transformacje Lorentza

Układ inercjalne (Rys. 3.5):

- o 0_1 jest w spoczynku,
- o 0_2 porusza się prędkością $v = const$ w kierunku osi x,
- o w chwili $t_1 = t_2 = 0$ ze wspólnego początku układów 0_1 i 0_2 wysłany jest promień światła w kierunku punktu P.



Rys. 3.5 Układ 0_2 porusza się ze stałą prędkością względem stacjonarnego układu 0_1.

Współrzędne punktu P w układach 0_1 i 0_2

$$x_1, y_1, z_1, t_1 \quad \text{i} \quad x_2, y_2, z_2, t_2$$

Wówczas

$$r_1 = ct_1 \quad ; \quad r_2 = ct_2 \tag{3.12}$$

Czasy t_1 i t_2 są różne!

Na podstawie wyrażeń (3.12) otrzymujemy:

$$\begin{aligned} x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 &= c^2 t_1^2 \\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 &= c^2 t_2^2 \end{aligned} \tag{3.13}$$

a ponieważ $y_1 = y_2$ oraz $z_1 = z_2$

$$x_2^2 - c^2 t_2^2 = x_1^2 - c^2 t_1^2 \tag{3.14}$$

Związki transformacyjne pomiędzy układami 0_1 i 0_2 powinny spełniać pewne warunki formalne:

- **transformacja musi być liniowa; tzn. zdarzeniu w jednym układzie inercjalnym musi odpowiadać pojedyncze zdarzenie w drugim układzie o jednoznacznie określonych współrzędnych,**
- **ruch jednostajny musi przekształcać się w ruch jednostajny,**
- **dla małych prędkości transformacja musi sprowadzić się do transformacji Galileusza.**

W związku z powyższym

$$
\begin{aligned}
x_2 &= \gamma(x_1 - vt_1) \\
y_2 &= y_1 \\
z_2 &= z_1 \\
t_2 &= a(t_1 - b\,x_1)
\end{aligned}
\tag{3.15}
$$

gdzie γ, a oraz b są stałymi.
Wstawiając wyrażenia (3.15) do równania (3.14)

$$x_1^2\left(\gamma^2 - a^2b^2c^2 - 1\right) + x_1t_1\left(-2\gamma^2v + 2a^2bc^2\right) + t_1^2\left(\gamma^2v^2 - a^2c^2 + c^2\right) = 0$$

Ponieważ wyrażenie to jest tożsamościowo równe zeru, więc

$$
\begin{aligned}
&\gamma^2 - a^2b^2c^2 - 1 = 0 \\
&-2\gamma^2v + 2a^2bc^2 = 0 \\
&\gamma^2v^2 - a^2c^2 + c^2 = 0
\end{aligned}
\tag{3.16}
$$

Powyższe równania rozwiązujemy względem stałych γ, a i b. Otrzymujemy wtedy

$$\gamma = a = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \tag{3.17}$$

oraz

$$b = \frac{v}{c^2} \tag{3.18}$$

Oznaczenia

$$1 \Big/ \sqrt{1-(v/c)^2} = \gamma \qquad \textbf{\textit{czynnik Lorentza}}$$

$$v/c = \beta$$

Wzory transformacyjne (3.15) przybierają teraz postać:

$$\begin{aligned}
x_2 &= \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma(x_1 - vt_1) \\
y_2 &= y_1 \\
z_2 &= z_1 \\
t_2 &= \frac{t_1 - \left(\frac{v}{c^2}\right)x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma\left(t_1 - \frac{\beta}{c}x_1\right)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Transformacja odwrotna:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= \frac{x_2 + vt_2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma\left(x_2 + vt_2\right) \\
y_1 &= y_2 \\
z_1 &= z_2 \\
t_1 &= \frac{t_2 + \left(\frac{v}{c^2}\right)x_2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma\left(t_2 + \frac{\beta}{c}x_2\right)
\end{aligned}
\qquad (3.20)
$$

Transformacja holenderskiego fizyka H.A. Lorentza z 1890 r.

Konsekwencje transformacji Lorentza

Dodawanie prędkości

Klasyczne prawo dodawania prędkości

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v} \qquad (3.21)$$

ma ograniczony zakres zastosowania tylko do małych prędkości.

W celu wyprowadzenia prawa relatywistycznego musimy użyć transformacji Lorentza (3.19).

Prędkość w układzie 0_1 $\qquad v_1 = dx_1 / dt_1$,

zaś w układzie 0_2 $\qquad v_2 = dx_2 / dt_2$.

Różniczkując pierwsze i ostatnie równanie (3.19) otrzymujemy:

$$dx_2 = \frac{dx_1 - v dt_1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad ; \quad dt_2 = \frac{dt_1 - \frac{v}{c^2} dx_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

stąd

$$v_2 = \frac{dx_2}{dt_2} = \frac{dx_1 - v dt_1}{dt_1 - \frac{v}{c^2} dx_1} = \frac{\frac{dx_1}{dt_1} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx_1}{dt_1}}$$

Więc ostatecznie

$$v_2 = \frac{v_1 - v}{1 - \frac{v_1 v}{c^2}} \tag{3.22}$$

gdy prędkości v_1 i v mają ten sam kierunek. W przeciwnym przypadku, musimy zmienić znaki ”–” w tym wzorze na ”+”

Gdy $v_1/c << 1$, to $v_2 = v_1 - v$.
Względna prędkość dwóch sygnałów świetlnych poruszających się w przeciwne strony wynosi: $(c + c)/\left(1 + c^2 / c^2\right) = c$

Skrócenie długości

Z teorii względności wynika, że ciała ruchome doznają skrócenia swoich wymiarów w kierunku ich ruchu.

Załóżmy, że pewien pręt ma długość l_o i porusza się wraz z układem 0_2. Pręt ten w układzie 0_2 spoczywa i położony jest równolegle do osi x. Długość tego pręta w układzie 0_2

$$l_o = x_{B2} - x_{A2} \tag{3.23}$$

W układzie 0_1, pręt ten będzie się poruszał z prędkością v. W celu wyznaczenia długości l tego pręta w układzie 0_1 należy wyznaczyć w tej samej chwili współrzędne jego końców x_{B1} i x_{A1}, gdy je pręt mija. Z transformacji Lorentza (3.19) mamy:

$$x_{B2} = \frac{x_{B1} - vt_1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad ; \quad x_{A2} = \frac{x_{A1} - vt_1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Wobec tego

$$x_{B1} - x_{A1} = (x_{B2} - x_{A2})\sqrt{1-(v/c)^2}$$

Widzimy więc, że długość l_o obserwator w układzie 0_1 oceni jako

$$l = l_o\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \tag{3.24}$$

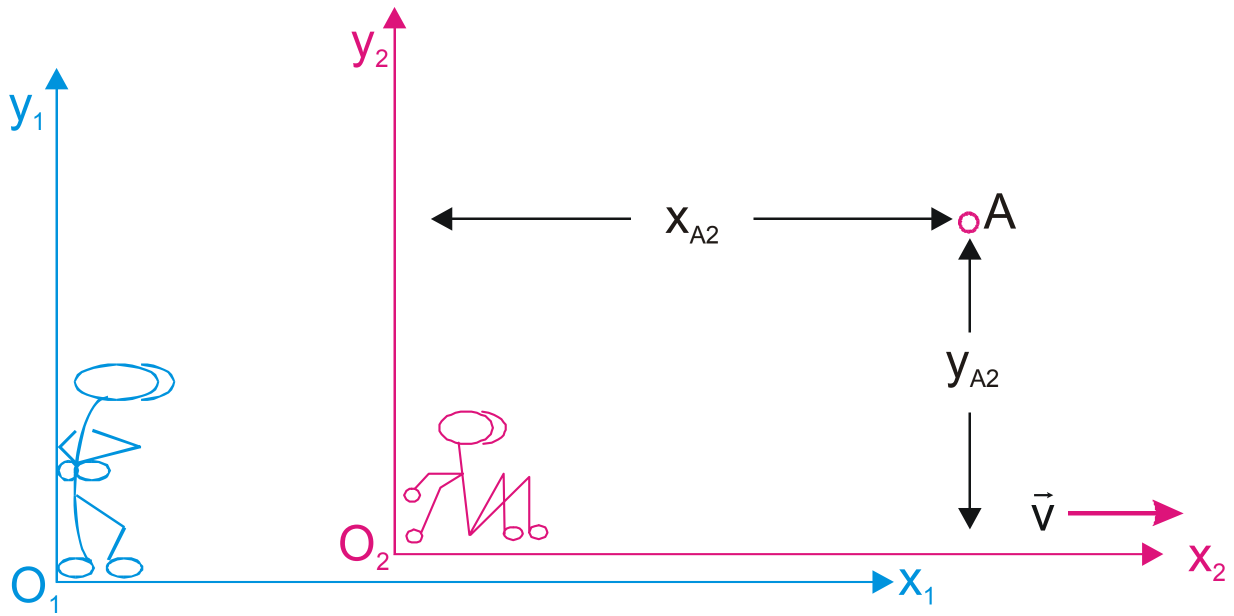
a więc krótszą. Podobnie będzie w sytuacji odwrotnej obserwatora w układzie 0_2.

***Liniowe rozmiary ciała są największe w tym układzie, względem którego ciało spoczywa*.**

Skrócenie długości zachodzi tylko w przypadku długości mierzonych równolegle do kierunku ruchu względnego.

Lorentz i Fitzgerald uważali, że zjawisko skrócenia (kontrakcji) przedmiotu jest spowodowane pewną siłą działającą na ten przedmiot w czasie jego przechodzenia przez stacjonarny eter. Einstein udowodnił, że skrócenie to jest właściwością samej przestrzeni jako takiej i że bezwzględny lub wyróżniony spośród innych układ odniesienia nie istnieje.

Wydłużenie przedziałów czasowych



Rys. 3.6. Punkt A znajduje się w spoczynku względem układu 0_2. Dwa zdarzenia w punkcje A zachodzą według obserwatora 0_2 w chwili t_{A2} i t_{B2}.

Przedział czasu między dwoma zdarzeniami

$$T_2 = t_{B2} - t_{A2} \tag{3.25}$$

Rozważmy teraz tę samą parę zdarzeń, ale obserwowaną z układu 0_1, poruszającego się równolegle do osi x układu 0_2, z prędkością względną $-v$.

$$T_1 = t_{B1} - t_{A1} \tag{3.26}$$

W układzie 0_1 wartości współrzędnych przestrzennych pierwszego zdarzenia nie będą takie same jak drugiego zdarzenia, jak to było w układzie spoczynkowym 0_2. Chwili początkowej t_{A1} odpowiada współrzędna x_{A1}, chwili końcowej t_{B1} – współrzędna x_{B1}.

Z transformacji Lorentza (3.19) mamy

$$t_{A2} = \frac{t_{A1} - (v/c^2)x_{A1}}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \quad ; \quad t_{B2} = \frac{t_{B1} - (v/c^2)x_{B1}}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Po odjęciu stronami tych równości, otrzymujemy

$$T_2 = \frac{T_1 - (v/c^2)(x_{B1} - x_{A1})}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

Ale $x_{B1} - x_{A1} = vT_1$ i wobec tego

$$T_2 = T_1\sqrt{1-(v/c)^2} \tag{3.27}$$

czyli

$$T_2 < T_1$$

Przedział czasu, który rozdziela dwa następujące po sobie zdarzenia, w każdym układzie poruszającym się względem układu spoczywającego, jest dłuższy niż w układzie spoczywającym.

Poruszające się zegary chodzą wolniej niż zegary w spoczynku.

Powyższe wnioski stosują się do wszystkich zjawisk, również do procesów biologicznych:

- paradoks bliźniąt
- rozpad mezonów μ ($\tau = 2.21\times10^{-6}$ s, $v \approx c$, $l = 660$ m)

Mechanika relatywistyczna

Masa i pęd

Pęd ciała o masie bezwładnej m i prędkości $\vec{v}$ jest definiowany jako

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{3.28}$$

Prawo zachowania pędu izolowanego układu cząstek jest najbardziej fundamentalnym prawem fizyki.

$$\sum_i m_i \vec{v}_i = const \tag{3.29}$$

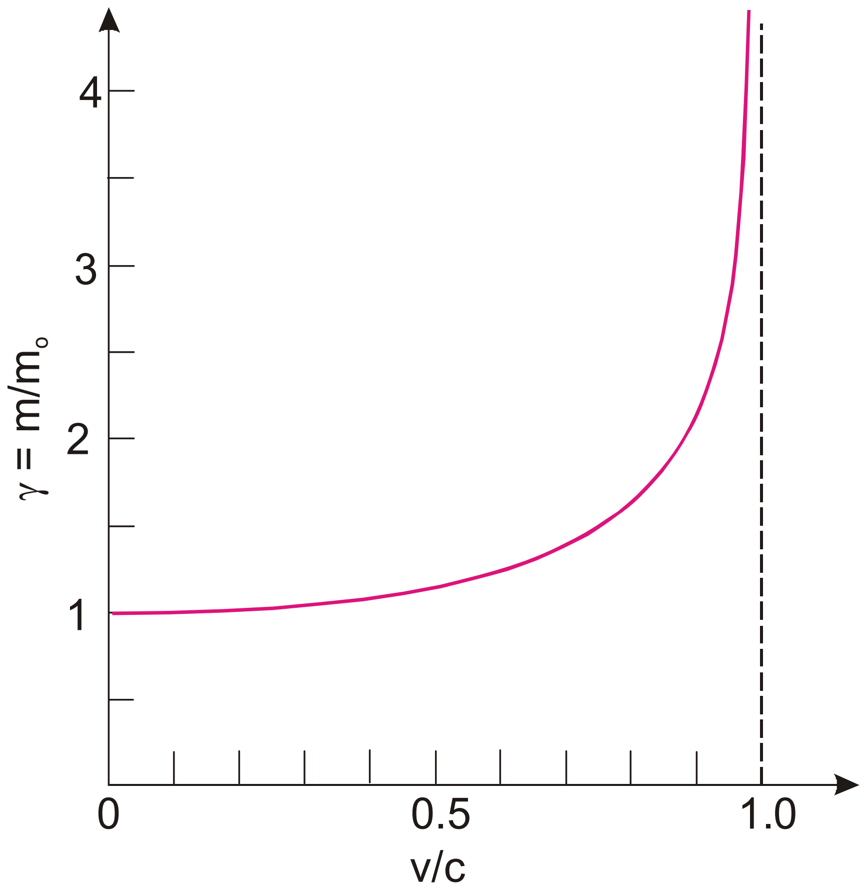
Zobaczymy jak zachowuje się powyższe równanie gdy zastosujemy transformację Lorentza dla poruszających się układów współrzędnych. Przewidując komplikacje dotyczące masy jakie mogą powstać, wyróżniamy masę spoczynkową m_o mierzoną w naszym układzie odniesienia.

Masa widziana z poruszającego się układu odniesienia nie jest równa m_o, ale jest odwrotnie proporcjonalna do czynnika Lorentza

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma m_o \tag{3.37}$$

Masa ciała nie jest zatem w ogólności stała ani taka sama dla wszystkich obserwatorów, ale jest wielkością która:

- zależy od układu odniesienia z jakiego jest obserwowana
- jest równa m_o kiedy ciało jest w spoczynku w układzie odniesienia z którego jest obserwowane.



Zależność czynnika Lorentza $\gamma = m/m_o$ od stosunku prędkości

Właściwości czynnika Lorentza γ powodują, że masa staje się bardzo duża i w końcu zbliża się do nieskończoności, kiedy prędkość względna zbliża się do *c*.

Wyrażenie relatywistyczne na pęd ma postać

$$\vec{p} = m\vec{v} = \gamma m_o \vec{v} \qquad (3.38)$$

a na zachowanie pędu układu izolowanego

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^{n} \gamma m_{oi} \vec{v}_i = const \qquad (3.39)$$

Definicja siły

Drugie prawo Newtona

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \qquad (3.40)$$

Zróżniczkowanie tego równania prowadzi do

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} \qquad (3.41)$$

gdzie *m* oznacza teraz γm_o.

Relatywistyczna energia kinetyczna

Obliczamy pracę wykonaną w celu zwiększenia prędkości cząstki od zera do końcowej wartości *v*. Zakładamy, że siła i przesunięcie mają ten sam kierunek.

Energia kinetyczna, która jest rezultatem pracy wykonanej nad cząstką

$$K = \int_0^r \vec{F} \cdot d\vec{r} \tag{3.42}$$

czyli

$$F = \frac{d}{dt}(mv) = \frac{d}{dt}\left[\frac{m_o v}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\right] = \frac{m_o}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\frac{dv}{dt} + \frac{m_o (v/c)^2}{[1-(v/c)^2]^{3/2}}\frac{dv}{dt}$$

co upraszcza się do postaci

$$F = \frac{m_o}{[1-(v/c)^2]^{3/2}}\frac{dv}{dt} \tag{3.43}$$

Po uwzględnieniu tej zależności w wyrażeniu (3.42) mamy

$$K = \int_0^r \frac{m_o}{\left[1-(v/c)^2\right]^{3/2}}\frac{d\vec{v}}{dt}d\vec{r}$$

Ponieważ $d\vec{r} = \vec{v}dt$, $m = m_o \Big/ \sqrt{1-(v/c)^2}$, a $\vec{v}d\vec{v} = vdv$, więc

$$K = \int_0^r \frac{m_o}{[1-(v/c)^2]^{3/2}} v dv$$

co po scałkowaniu daje

$$K = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - m_o c^2$$

i ostatecznie

$$K = (m - m_o)c^2 \tag{3.44}$$

Chociaż wyrażenie to wyprowadzono dla przypadku szczególnego, jest ono ogólne i zawsze się stosuje.

Wyrażenie (3.44) możemy z łatwością zredukować do postaci $K = (1/2)mv^2$, kiedy v << c. Rozwijamy równanie (3.44) w szereg

$$K = m_o c^2 \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} - 1 \right] \approx m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^2}{c^4} + ... - 1\right) \approx m_o c^2 \left(\frac{v^2}{2c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4}\right)$$

Kiedy $v/c \rightarrow 0$, to wyższe potęgi v/c można zaniedbać

$$K = m_o c^2 \left(\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{1}{2} m_o v^2$$

Energia całkowita

Z równania (3.44) wynika, że praca potrzebna na zwiększenie energii kinetycznej ciała wynosi

$$K = (m_2 - m_o)c^2 - (m_1 - m_o)c^2 = (m_2 - m_1)c^2 = (\Delta m)c^2 \tag{3.45}$$

Zatem **zmiana prędkości (energii kinetycznej) wywoła zmianę masy** $\Delta m = m_2 - m_1$.

W polu sił zachowawczych, prawo zachowania energii ma postać

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 = const \tag{3.46}$$

Na podstawie równań (3.45) i (3.46) otrzymujemy

$$K_2 - K_1 = U_1 - U_2 = (\Delta m)c^2$$

czyli

$$\Delta m = \frac{K_2 - K_1}{c^2} = \frac{U_1 - U_2}{c^2} \tag{3.47}$$

Ponieważ energia spoczynkowa jest zdefiniowana jako $E_o = m_o c^2$, energia całkowita będzie zdefiniowana jako

$$E = E_o + K \tag{3.48}$$

a skoro $E = m_o c^2 + (m - m_o)c^2$, to

$$E = mc^2 \tag{3.49}$$

Ta definicja energii całkowitej w mechanice relatywistycznej nie zawiera energii potencjalnej.

Równoważność masy i energii wyrażona wzorem (3.49) jest jedną z najważniejszych konsekwencji szczególnej teorii względności.

Inny użyteczny związek może być otrzymany wprost z wyrażenia na masę $m\sqrt{1-(v/c)^2} = m_o$.

$$m^2c^4 = m_o^2c^4 + m^2v^2c^2$$

Ponieważ $p = mv$, więc można to również zapisać w postaci

$$E^2 = E_o^2 + p^2c^2 \tag{3.50}$$

Jeżeli ciało porusza się z bardzo dużą prędkością, to E_o^2 jest do pominięcia w porównaniu z p^2c^2 i

$$E = pc \tag{3.51}$$

Dla bardzo dużych prędkości, E_o jest też małe w porównaniu z K i z równania (3.49) wynika, że $E \approx K$, czyli na podstawie (3.48) mamy

$$K \approx pc \tag{3.52}$$

Jeszcze inny związek zawierający całkowitą energię otrzymuje się różniczkując równanie (3.50)

$$\frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{E} = \frac{pc^2}{mc^2} = v \tag{3.53}$$

Wobec tego, jeżeli ciało porusza się z prędkością światła, to $v = c$ oraz $dE = cdp$, czyli

$$E = pc + const$$

Dla $p = 0$, $E = E_o$, a więc

$$E - E_o = pc \qquad (3.54)$$

Tymczasem z równania (3.50) wynika, że

$$E^2 - E_o^2 = p^2 c^2 \qquad (3.55)$$

czyli biorąc pod uwagę obydwa równania, mamy

$$E + E_o = pc \qquad (3.56)$$

Porównanie równań (3.54) i (3.56) nasuwa wniosek, że $E_o = 0$, czyli $m_o = 0$.
Inaczej mówiąc, ***jeżeli ciało porusza się z prędkością światła, to jego energia spoczynkowa oraz masa spoczynkowa muszą być równe zeru***.

Słuszne powinno być także stwierdzenie odwrotne: ***jeżeli jakaś materia nie ma masy spoczynkowej, czyli energii spoczynkowej, to musi poruszać się z prędkością światła***.

Chociaż z klasycznego punktu widzenia ciało nie może mieć masy równej zeru, to jest to poprawny relatywistyczny opis takich cząstek jak foton i neutrino.

Ogólna teoria względności

To co dotychczas rozważaliśmy, nazywamy szczególną teorią względności w odróżnieniu od ogólnej teorii względności. Pierwsza z nich była całkowicie rozwinięta przez Einsteina w 1905 r., podczas gdy druga – w zasadzie w 1911 r.

Ogólna teoria względności stanowi współczesną teorię grawitacji. W teorii grawitacji Newtona siła

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

działa natychmiast, a to oznacza, że sygnał bądź energia przekazywane są natychmiast od masy m_1 do masy m_2. W ten sposób naruszone jest jedno z podstawowych założeń teorii względności, że żaden sygnał (żadna postać energii) nie może się rozchodzić z prędkością większą od prędkości światła. Einstein stanął przed koniecznością sformułowania relatywistycznej teorii ciężkości.

Ogólna teoria względności odgrywa dużą rolę w dziale astrofizyki zwanej kosmologią – nauce o powstaniu, rozmiarach i budowie Wszechświata. Wyjaśnia ona takie zjawiska jak:

- zwiększenie długości fali przy emitowaniu światła przez ciała o dużej masie,
- zakrzywienie promienia świetlnego przechodzącego w pobliżu powierzchni Słońca w kierunku środka Słońca, czy też
- mechanizm powstawania tzw. ”czarnych dziur”.