

Rekomendacja Polskiego Towarzystwa Fizycznego

dotycząca nauczania

o opracowywaniu wyników pomiarów w szkołach

Polskie Towarzystwo Fizyczne zwraca się do nauczycieli fizyki szkół wszystkich szczebli, autorów i recenzentów podręczników, materiałów i dokumentów dydaktycznych oraz innych osób mających wpływ na kształcenie w zakresie fizyki w polskich szkołach o zaakceptowanie i przestrzeganie w codziennej praktyce opisanych niżej zaleceń. Dotyczą one nauczania o opracowywaniu wyników pomiarów, ze szczególnym uwzględnieniem problematyki niepewności wyniku pomiaru¹. Opracowanie tych zaleceń jest podyktowane troską o poziom nauczania fizyki w szkołach oraz chęcią uniknięcia elementów nadmiernie trudnych i przez to nieatrakcyjnych dla uczniów. Równie ważna jest potrzeba zapewnienia wszystkim uczniom elementarnego rozeznania i zasobu wiadomości w zakresie pomiaru i jego niepewności, będącego jednym z aspektów ogólnego wykształcenia, przydatnego w dalszym kształceniu i w życiu codziennym. Uczniom zainteresowanym naukami przyrodniczymi i technicznymi należy zapewnić odpowiednie przygotowanie do uczestniczenia w zajęciach laboratoryjnych na wyższych uczelniach.

Fizyka jest nauką doświadczalną, więc szkolny eksperyment fizyczny winien być podstawą procesu kształcenia. Praca eksperymentalna powinna być dla uczniów atrakcyjna. To wszystko jednak pod warunkiem, że doświadczenia będą ciekawe, zaś opracowanie ich wyników nie stanie się dla uczniów zbyt trudne i uciążliwe. W szczególności rozbudowana analiza niepewności pomiarowych może stać się dla wielu uczniów barierą nie do pokonania. Takie nadmierne i często niewłaściwe sformalizowanie dotyczy w największym stopniu nauczania w zakresie rozszerzonym w szkołach ponadpodstawowych. Wykorzystywany jest formalizm interwałowej teorii niepewności, z takimi konsekwencjami jak wyznaczanie niepewności wielkości mierzonej pośrednio (funkcji) jako sumy modułów pochodnych cząstkowych mnożonych przez niepewności odpowiednich argumentów² i używanie na wykresach prostokątów błędów. Uczymy w ten sposób metod już od dawna niestosowanych we współczesnej nauce, zatem nieprzydatnych w szkołach wyższych i życiu zawodowym. Polskie Towarzystwo Fizyczne wyraża przekonanie, że dla potrzeb kształcenia rozszerzonego należy przyjąć uproszczoną wersję formalizmu przedstawionego w *Przewodniku GUM*³.

¹ W *Rekomendacji* używa się także zwyczajowo przyjętych określeń: „niepewność pomiaru” oraz „niepewność pomiarowa” jako równoważnych znaczeniowo.

² Takie postępowanie bywa określane jako „metoda różniczki zupełnej”.

³ Fundamentalnym dokumentem zbiorowego autora – zespołu ośmiu międzynarodowych organizacji naukowo-technicznych – dla ustanowienia procedury wyrażania niepewności pomiaru, jest wydany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Switzerland 1993, 1995, 1998, 2000. Publikacja jest udostępniona online:

http://www.bipm.org/utls/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf

Polskie tłumaczenie (Główny Urząd Miar, 1999 r): *Wyrażanie niepewności pomiaru. Przewodnik*. (ISBN 83-906546-1-x) jest dostępne w bibliotekach, jest m. in. źródłem stosowanej terminologii.

W *Rekomendacji* używa się skrótovej nazwy dokumentu: *Przewodnik GUM*.

Został on zalegalizowany przez międzynarodowe gremia i jest stosowany, jako aktualnie obowiązujący w praktyce współczesnych nauk doświadczalnych i w technice.

Uproszczenie, o którym mowa, dotyczy przede wszystkim opisu matematycznego; proponowane podejście zawiera maksymalny zakres wiadomości i umiejętności, dostosowany do możliwości percepcyjnych uczniów oraz do potrzeb nauczania fizyki. Wymaga to zmian przyzwyczajień przede wszystkim w liceach i technikach (tak nauczycieli jak i autorów materiałów dydaktycznych). Natomiast w szkołach podstawowych zestaw elementarnych informacji o niepewności pomiaru bazuje na przedziałowej interpretacji niepewności, pozostając w zasadzie ten sam, co do tej pory.

Niniejszy dokument został opracowany przez zespół⁴ powołany przez Zarząd Główny PTF. W trakcie swej pracy zespół zapoznał się z materiałami dydaktycznymi i dokumentami dotyczącymi nauczania fizyki w szkołach od lat 80-tych ubiegłego wieku. Po uwzględnieniu tradycyjnego usytuowania nauczania fizyki w różnych systemach oświaty w Polsce, dla potrzeb tworzonego opracowania, zespół postanowił wyodrębnić dwa poziomy nauczania, z podziałem drugiego na kształcenie podstawowe i rozszerzone. Taki podział uznano za stosowny i jednocześnie wystarczający. Zawartość *Rekomendacji* jest także wynikiem analizy szeregu szkolnych podręczników wiodących wydawnictw, poradników nauczycielskich, artykułów poświęconych nauczaniu fizyki, arkuszy egzaminacyjnych, sylabusu Międzynarodowej Olimpiady Fizycznej. *Rekomendacja* bazuje też na dorobku i własnych doświadczeniach członków zespołu w zakresie pracy dydaktycznej, w tym – pracy z nauczycielami, tworzenia i recenzowania materiałów dydaktycznych oraz podręczników i programów nauczania.

Zawarty w *Rekomendacji* zbiór zaleceń ma na celu wskazanie poziomu, do jakiego warto ograniczyć nauczanie. Proponuje on pośrednio, czego można uczyć, choć nie podpowiada w jaki sposób. Te cechy są wystarczającym powodem, by nie traktować *Rekomendacji* jako propozycji uzupełnienia każdorazowo obowiązującej podstawy programowej. *Rekomendacja* nie jest nawet namiastką programu nauczania ani nie stanowi spójnego zbioru wskazówek dydaktycznych z zakresu pracy laboratoryjnej na lekcjach fizyki w szkole. Tym bardziej więc nie należy traktować zawartych tu zaleceń jako zbioru wymagań wobec uczniów. Wymagania takie określa każdorazowo obowiązująca podstawa programowa, program nauczania, ewentualnie sylabus, a nie Rekomendacja.

Czytelnik *Rekomendacji* będzie miał na uwadze, że maksymalny charakter opisanych w niej zaleceń sytuuje je na poziomie oczekiwań na najwyższą ocenę szkolną. Czytelnik zauważy również zalecenia „negatywne” – *Rekomendacja* wskazuje zagadnienia i całe ich klasy, które nie powinny być wzmiankowane. Część tych wskazań dotyczy bowiem zagadnień, których omawianie Zespół uznaje za nadmiarowe, bądź w stosunku do możliwości percepcyjnych uczniów, bądź wobec możliwości i potrzeb nauczania fizyki. Inne zaś wskazania negatywne dotyczą zagadnień, które w podręcznikach i innych materiałach dydaktycznych często bywają przedstawiane w sposób niewłaściwy czy wręcz błędny.

⁴ Zespół został powołany w lipcu 2016 roku; w jego skład weszli: Jan Grabski – Politechnika Warszawska, Andrzej Majhofer – Uniwersytet Warszawski, Tadeusz M. Molenda – Uniwersytet Szczeciński, Jan Mostowski – Instytut Fizyki PAN w Warszawie, Włodzimierz Natorf – IX Liceum Ogólnokształcące im. Klementyny Hoffmanowej w Warszawie, Andrzej Zięba – Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie.

Poziom I

Poziom kształcenia powszechnego, w którym uczniowie po raz pierwszy spotykają się z fizyką jako odrębnym przedmiotem szkolnym. Także po raz pierwszy uczniowie spotykają się – w warunkach szkolnej pracowni fizycznej – z pomiarami wielkości fizycznych. Wskazane jest, by uczenie się o pomiarach zawierało – od samego początku – podstawowe pojęcia i umiejętności dotyczące niepewności pomiaru. Dokonywane pomiary powinny ograniczać się do podstawowych wielkości fizycznych, związanych z przerabianymi treściami nauczania, np. długość, czas, masa, temperatura, napięcie elektryczne. Podobnie, niepewność pomiaru omawiana na tym etapie kształcenia powinna być bezpośrednio powiązana jedynie z właściwościami przyrządów pomiarowych i ze sposobem ich użycia. Uczniowie powinni poznawać proste przykłady oceniania niepewności i operowania nią, zawsze osadzone w kontekście. Polskie Towarzystwo Fizyczne proponuje więc ograniczenie omawianych zagadnień, wprowadzanych pojęć i używanego nazewnictwa do wymienionych poniżej:

1. W odniesieniu do wielkości mierzonych bezpośrednio:

- każdy pomiar jest mniej lub bardziej niedokładny, a wyniki pomiarów tej samej wielkości, przeprowadzonych za pomocą różnych mierników tej wielkości mogą się różnić;
- bezpośredni pomiar pojedynczej wielkości fizycznej warto dwu- trzykrotnie powtórzyć, w sposób możliwie niezależny, jedynie w celu uniknięcia popełnienia pomyłki (błędu grubego) przy stosowaniu przyrządu lub odczycie jego wskazań;
- każdy przyrząd pomiarowy ma określoną *rozdzielczość*, którą w przypadku szkolnych przyrządów można utożsamić z wartością odpowiadającą odległości między kolejnymi kreskami na skali analogowej lub z wartością odpowiadającą przeskokowi ostatniej cyfry dla przyrządów cyfrowych;
- rozdzielczość użytego przyrządu można, w pierwszym przybliżeniu, utożsamić z *niepewnością* pomiaru dokonanego za jego pomocą;
- *dokładność* jest pojęciem pomocniczym, popularnym synonimem niepewności pomiaru; jest także stosowana do porównywania jakości różnych przyrządów (np. jeden woltomierz dokładniejszy od drugiego);
- wynik pojedynczego pomiaru wielkości fizycznej składa się z wartości liczbowej odczytanej z przyrządu pomiarowego⁵ i jednostki miary mierzonej wielkości;
- zapis niepewności pomiaru obejmuje jej symbol (poprzedzony literą Δ), wartość liczbową i symbol jednostki (np. $\Delta m = 0,01 \text{ g}$);
- niepewność pomiaru pozwala porównywać wyniki różnych pomiarów tej samej wielkości (na przykład wykonanych przez różnych uczniów), określać ich zgodność;
- niepewność względna wyniku pomiaru jest ilorazem niepewności tego pomiaru i modułu jego wartości; pozwala porównywać dokładności pomiaru różnych wielkości fizycznych; niepewność względna nie ma osobnego oznaczenia symbolicznego;

⁵ W przypadku przyrządów analogowych dopuszczalne jest intuicyjne odczytywanie wyniku „między kreskami” (interpolacja, bez nazywania tego pojęcia); należy jednak przyjmować, że taki odczyt nie powoduje zmniejszenia niepewności pomiaru.

2. W odniesieniu do wielkości mierzonych pośrednio

- tworzenie sytuacji dydaktycznych, w których wielkość szukana jest iloczynem lub ilorazem wielkości mierzonych bezpośrednio;
- szukana wielkość jest obliczana i przedstawiana zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących, wynikającej z dokładności pomiaru wielkości mierzonych bezpośrednio;
- gdy to możliwe, wynik jest porównywany z wartością tabelaryczną lub znamionową.

3. W odniesieniu do badania i prezentacji zależności pomiędzy dwiema wielkościami fizycznymi

- celowe jest dokonywanie pomiaru zależności jednej wielkości fizycznej od drugiej – dla jakościowego zbadania czy i jak są ze sobą powiązane;
- wynik takiego pomiaru jest przedstawiany w odpowiednio zorganizowanej i opisanej tabeli, z podanymi nazwami lub symbolami wielkości fizycznych i oznaczeniami jednostek;
- (o ile uczniowie są do tego przygotowani na lekcjach matematyki i informatyki) wynik takiego pomiaru może także być przedstawiany na wykresie o poprawnie dobranym rozmiarze, z odpowiednio opisanymi i wyskalowanymi osiami, z podanymi nazwami lub symbolami wielkości fizycznych i oznaczeniami jednostek oraz właściwie i czytelnie naniesionymi punktami pomiarowymi (w postaci wyraźnego symbolu).

Polskie Towarzystwo Fizyczne proponuje unikać sytuacji dydaktycznych, które doprowadziłyby do przeładowania nauczania nadmiarem treści z dziedziny opracowywania wyników pomiarów. W szczególności dotyczy to:

- wzmiankowania o jakichkolwiek statystycznych aspektach niepewności pomiarowej;
- wzmiankowania o niepewności *granicznej* (nazywanej jeszcze często *niepewnością maksymalną*) czy rozróżniania pomiędzy różnymi typami niepewności;
- obliczania niepewności pomiarowej;
- pomiaru wielkości fizycznej wyrażanej innym związkiem matematycznym niż iloczyn bądź iloraz wielkości mierzonych bezpośrednio;
- szacowania niepewności wielkości mierzonej pośrednio (np. gęstości substancji czy oporu elektrycznego)⁶;
- ilościowego opracowania czy interpretacji wyników badania zależności pomiędzy dwiema wielkościami fizycznymi, w tym dopasowaniu zależności funkcyjnej mierzonych wielkości, np. linii prostej.

Takie ograniczenie oczekiwań wobec uczniów pozwoli na naturalne w ich wieku skojarzenie pomiaru z jego niepewnością. Zapewni to też możliwość skoncentrowania się uczniów i nauczycieli na istocie eksperymentu. Dzięki temu, poznawanie na kolejnych poziomach kształcenia coraz trudniejszych zagadnień opracowywania wyników pomiarów będzie ułatwione. Jedną z ważkich miar sukcesu każdego nauczyciela fizyki, także autora podręcznika, będzie stopień w jakim uczniowie polubią pracę laboratoryjną a z pojęciem niepewności pomiaru zaprzyjaźnią się na tyle, by posługiwać się nią z przyjemnością i zrozumieniem.

⁶ Zalecenie to nie wyklucza wykonywania tego typu pomiarów; jednak ich wyniki pozostają bez oszacowania niepewności pomiarowej.

Poziom II

Jest to kształcenie silnie zróżnicowane, realizowane w liceach i technikach różnego typu, w klasach o różnych profilach. Specjalności szkół i klas wyznaczają nauczaniu fizyki różne cele: specyficzne dla przedmiotu ogólnokształcącego lub pomocniczego (wspierającego nauczanie pokrewnych przedmiotów specjalistycznych, przyrodniczych lub technicznych). Niektórzy uczniowie wybierają fizykę jako przedmiot specjalistyczny. W każdym jednak przypadku planowanie i wykonywanie doświadczeń, analiza i interpretacja ich wyników odgrywają ważną rolę, w dużej mierze decydując o atrakcyjności przedmiotu i wpływając na wybór kierunków dalszego kształcenia przez młodych ludzi.

Nauczanie o eksperymentowaniu, w tym o niepewności pomiarowej, powinno bazować na podstawowych wiadomościach i umiejętnościach wyniesionych z poprzedniego etapu kształcenia, w tym z lekcji matematyki i informatyki. Określenie maksymalnego pułapu prezentowanych treści i oczekiwanych od uczniów umiejętności silnie zależy od celów kształcenia i roli, jaką to kształcenie pełni w poszczególnych typach szkół i klasach o różnych profilach czy specjalnościach. Dlatego postanowiono wyodrębnić dwa zakresy, które odpowiadają dwóm specyfikom nauczania: „Poziom IIa – zakres podstawowy” oraz „Poziom IIb – zakres rozszerzony”.

Poziom IIa - zakres podstawowy

Jest to poziom kształcenia realizowanego w szkołach i klasach o specjalnościach niepowiązanych z fizyką, choć mogących mieć związek z naukami przyrodniczymi lub technicznymi. W kształceniu tym fizyka jest nauczana w wymiarze godzin mniejszym niż w kształceniu rozszerzonym i może pełnić zarówno rolę przedmiotu typowo ogólnokształcącego jak i przedmiotu pomocniczego, wspomagającego nauczanie przedmiotów specjalistycznych. Niezależnie od tej roli, eksperymentowanie, zarówno poprzez obserwacje jak i dokonywanie pomiarów, powinno stanowić podstawę nauczania fizyki. Należy mieć na uwadze, że jakość nauczania fizyki określa przyszłe postawy większości młodych ludzi, którzy na ogół nie planują studiowania fizyki czy nauk technicznych, wobec roli jaką w społeczeństwie pełnią te nauki.

Opisana specyfika powoduje, że nauczanie o pomiarach, w tym o niepewności wyniku pomiaru, powinno być prostą kontynuacją tego z czym uczniowie zetknęli się na poprzednim poziomie. Powinno ono zostać wzbogacone o nowe pojęcia i umiejętności wynikające z wymogów przeprowadzanych doświadczeń i dostosowane do zwiększonych możliwości percepcyjnych uczniów. Polskie Towarzystwo Fizyczne zaleca, by w materiałach dydaktycznych przeznaczonych do powszechnego użytku omawiane zagadnienia, wprowadzane pojęcia i używane nazewnictwo zostały ograniczone do wymienionych poniżej.

1. W odniesieniu do bezpośredniego pomiaru jednej wielkości fizycznej:

- kilkakrotne przeprowadzanie pojedynczego pomiaru tej samej wielkości, w sposób możliwie niezależny, w celu oceny czy rozdzielczość użytego przyrządu jest właściwą miarą niepewności;
- przyjmowanie średniej arytmetycznej wyników w serii niezależnych pomiarów jako wynik pomiaru powtarzanego;

- szacowanie niepewności pomiaru w takich sytuacjach na podstawie subiektywnej oceny typowej wartości odchylenia wyników pomiaru od średniej arytmetycznej⁷ lub, o ile uczniowie są do tego przygotowani na lekcjach matematyki i informatyki na podstawie obliczonej wartości odchylenia standardowego⁸;
- o ile takie postępowanie jest zgodne z profilem klasy czy specjalnością szkoły, analizowanie informacji podawanych w instrukcji dotyczących dokładności pomiaru mierników; utożsamianie niepewności wyniku pomiaru z tą dokładnością; rozumienie, że niepewność ta jest na ogół większa od rozdzielczości miernika;
- wykorzystywanie oszacowanej niepewności pomiaru do zaokrąglania wyniku pomiaru, porównania dokładności różnych pomiarów oraz do oceny, czy wynik pomiaru x jest zgodny z jego wzorcem x_0 (np. wartością tablicową czy normatywną) poprzez porównanie rzędów wielkości oszacowanej niepewności oraz różnicy $x - x_0$ (np. pomiar woltomierzem napięcia sieciowego).

2. W odniesieniu do badania, prezentacji i analizy zależności pomiędzy dwiema wielkościami fizycznymi:

- przedstawianie wyników w odpowiednio zorganizowanej i opisanej tabeli, z podanymi nazwami lub symbolami wielkości fizycznych i oznaczeniami jednostek;
- przedstawianie wyników na wykresie, z odpowiednio opisanymi i wyskalowanymi osiami, z podanymi nazwami lub symbolami wielkości fizycznych i oznaczeniami jednostek, poprawne dobieranie rozmiaru wykresu, właściwe i czytelne nanoszenie wartości wyniku pomiaru w postaci wyraźnego symbolu, dalej nazywanego punktem pomiarowym;
- sporządzanie tabel i wykresów zarówno odręcznie, jak i za pomocą odpowiedniego oprogramowania;
- intuicyjne rozpoznawanie charakteru zależności (liniowa bądź nieliniowa) pomiędzy mierzonymi wielkościami;
- nanoszenie na wykres, w uzasadnionych przypadkach, linii prostej dopasowanej do punktów pomiarowych odręcznie (za pomocą linijki) lub za pomocą odpowiedniego oprogramowania;
- intuicyjne, jakościowe ocenianie trafności dokonanego dopasowania; rozróżnianie pomiędzy przypadkowymi odstępstwami punktów od dopasowanej prostej a odstępstwami systematycznymi;
- wyznaczanie wartości współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego dla naniesionej prostej.

By nie doprowadzić do przeładowania nauczania nadmiarem treści z dziedziny opracowywania wyników pomiarów, rekomenduje się unikania sytuacji dydaktycznych, w których

⁷ Postępowanie takie zostało uprawomocnione przez *Przewodnik GUM* jako „ocena typu B” (patrz punkt 4.3.2 *Przewodnika*).

⁸ Odchylenie standardowe w nauczaniu szkolnym rozumiemy jako miarę rozrzutu skończonego zbioru n liczb (a nie jako parametr zmiennej losowej). *Przewodnik GUM* używa terminu "odchylenie standardowe eksperymentalne", ale termin ten nie jest powszechnie przyjęty.

Stosowanie odchylenia standardowego jest tym bardziej wskazane, im liczniejsza jest seria pomiarów. Należy też zwrócić uwagę, by uczniowie znali pojęcie odchylenia standardowego z lekcji matematyki czy informatyki.

zachodziłaby konieczność:

- czynienia jakichkolwiek odniesień do elementów statystyki matematycznej, z wyjątkiem pojęcia średniej arytmetycznej wyników pomiaru i odchylenia standardowego serii wyników;
- przedstawiania probabilistycznej interpretacji średniej arytmetycznej i odchylenia standardowego;
- wzmiankowania o niepewności *granicznej* czy rozróżnianie pomiędzy różnymi typami niepewności;
- rozróżniania pomiędzy rozdzielczością a dokładnością przyrządu pomiarowego;
- obliczania niepewności pomiarowej;
- wyznaczania, jakąkolwiek metodą, niepewności współczynników dopasowanej prostej;
- wyznaczania, jakąkolwiek metodą, niepewności wielkości mierzonych pośrednio⁹.

Powyższe zalecenia odnoszą się do nauczania oraz materiałów dydaktycznych przeznaczonych do powszechnego użytku. Nie wykluczają one w żadnym razie stosowania innych rozwiązań, opracowanych dla specyficznych potrzeb klas o określonych profilach nauczania czy całych szkół o określonych specjalnościach. Autorzy takich rozwiązań sami określą maksymalny zestaw wiadomości i umiejętności, jakich oczekują od swoich uczniów.

Opisane tu ograniczenia oczekiwań wobec uczniów pozwolą na ugruntowanie podstawowych wiadomości i umiejętności w zakresie analizy wyników pomiarów. Uproszczenie rozważań i stosowanie określonych przybliżeń czy nawet niedopowiedzeń oraz rezygnacja ze stosowania specjalistycznego aparatu matematycznego niewątpliwie podniosą atrakcyjność pracy laboratoryjnej. Umożliwią także skoncentrowanie się na zagadnieniach ukierunkowanych na ogólny rozwój uczniów. Ułatwi to uzyskanie pożądanego z punktu widzenia dorosłych ludzi efektu: rozpoznawanie, w codziennych sytuacjach, szeroko pojętych czynności pomiarowych i krytycznego podejścia do sposobu prezentacji ich wyników.

Poziom IIb - zakres rozszerzony

Kształcenie na tym poziomie jest przeznaczone dla uczniów, którzy wybrali fizykę na poziomie rozszerzonym, przewidując możliwość zdawania egzaminu maturalnego z fizyki oraz wybór studiów w zakresie nauk przyrodniczych lub technicznych. Nauczanie o pomiarach, w tym o niepewności pomiaru, powinno zostać wzbogacone o nowe zagadnienia w jeszcze większym stopniu, niż w opisanym poprzednio zakresie podstawowym.

Przedstawiony poniżej zestaw zaleceń ma charakter maksymalny, choć zawiera miejscami powtórzenie zapisów dla poziomu IIa. Dzięki temu tworzy pewną całość. Terminologia i oznaczenia są zgodne z zaleceniami międzynarodowymi (*Przewodnik GUM*). Jedyne wyjątek od tej zasady to używanie terminu *niepewność graniczna* oraz symbolu Δx dla jej oznaczania¹⁰. Jest to uzasadnione m. in. propozycjami z wcześniejszych etapów kształcenia.

⁹ Podobnie jak dla poziomu I, zalecenie to nie wyklucza przeprowadzania tego typu pomiarów; jednak ich wyniki pozostają bez oszacowania niepewności pomiarowej.

¹⁰ Termin używany w *Rekomendacji*, by pozostać w zgodzie z wprowadzonym przez *Przewodnik GUM* rozgraniczeniem pojęć błąd - niepewność. *Przewodnik GUM* nie wprowadził ani krótkiej nazwy własnej ani symbolu dla niepewności powiązanej z błędem systematycznym. W aktach prawnych nt. dokładności przyrządów obowiązuje nazwa *błąd graniczny dopuszczalny*, w skrócie *błąd graniczny*, która pochodzi z czasów, gdy słowo „błąd” było używane wymiennie w znaczeniu obecnej niepewności. Fizycy używali najczęściej terminu *błąd maksymalny*.

Należy zwrócić uwagę na rozległość tego zestawu. Ujęto w nim podstawy statystycznego opisu niepewności pomiarowej w zakresie znacznie szerszym niż w dotychczasowej praktyce szkolnej. Tak więc pełne opanowanie przez większość uczniów umiejętności związanych z tym zestawem jest raczej nieosiągalne. Jest to ważny element właściwej interpretacji maksymalnego charakteru tego zestawu. Podobnie ważkim elementem jest świadomość, że oczekiwania zawarte w *Rekomendacji* odpowiadają wymaganiom na najwyższą ocenę szkolną. Autorzy materiałów dydaktycznych samodzielnie rozstrzygną, które z zagadnień będą podstawą do formułowania oczekiwań wobec uczniów, a które powinny być ograniczone do przedstawienia przez nauczyciela w formie wzmianki, ciekawostki czy zapowiedzi tego, z czym uczniowie mogą się zetknąć w ramach kształcenia akademickiego.

Mając to na uwadze, Polskie Towarzystwo Fizyczne rekomenduje, by w materiałach dydaktycznych przeznaczonych do powszechnego użytku ograniczyć nauczanie do zagadnień, pojęć i nazewnictwa wymienionych poniżej.

1. W odniesieniu do pomiaru pojedynczej wielkości fizycznej; błąd systematyczny, niepewność graniczna:

- tworzenie sytuacji dydaktycznych, w których powtarzanie pomiaru daje jednakowe wyniki (np. pomiar napięcia woltomierzem cyfrowym, pomiar masy wagą elektroniczną); powiązanie pojęcia błędu systematycznego z taką sytuacją;
- interpretowanie niepewności granicznej Δx , (wprowadzonej bez użycia słowa „graniczna” na poziomie I) jako najpowszechniej stosowanej miary błędu systematycznego;
- utożsamianie niepewności granicznej dla mierników cyfrowych z tzw. *dokładnością pomiaru*, podawaną w instrukcjach; rozumienie, że niepewność ta jest na ogół większa od rozdzielczości miernika;
- interpretowanie wartości niepewności granicznej Δx , jako wyznaczającej przedział $x \pm \Delta x$ wokół wartości x odczytanej z przyrządu; wartość dokładna x_0 mieści się na pewno wewnątrz tego przedziału;
- przyjmowanie, że wynik pomiaru jest zgodny ze znaną wartością dokładną¹¹ x_0 , jeśli przedział $x \pm \Delta x$ zawiera tę wartość.

2. W odniesieniu do rozpoznawania rozrzutu serii wyników pomiaru pojedynczej wielkości fizycznej; błąd przypadkowy i niepewność standardowa:

- tworzenie sytuacji dydaktycznych, w których wielokrotny pomiar tej samej wielkości fizycznej daje wyniki różniące się od siebie bardziej, niż niepewność samego przyrządu (np. pomiar czasu stoperem z rozdzielczością 0,01 s);
- wskazywanie na losowy (statystyczny) charakter stwierdzonego rozrzutu poprzez jakościową analizę wyników pomiaru serii $x_1, x_2, \dots, x_n$; powiązanie tego rozrzutu z pojęciem błędu przypadkowego;
- obliczanie średniej arytmetycznej takiej serii n równoważnych pomiarów; przyjmowanie, że średnia ta jest końcowym wynikiem pomiaru obciążonego błędem przypadkowym;

¹¹ Przez wartość dokładną rozumiemy realizację pojęcia „wartości rzeczywistej” w definicji błędu. Może ono przybierać postać wartości tabelarycznych (np. stosunek obwodu garnka w kształcie walca do jego średnicy mierzonych giętką taśmą mierniczą i porównanie z wartością π) lub wyniku pomiaru o znacznie mniejszej niepewności (np. pomiar średnicy monety mikrometrem w sytuacji, gdy uczniowie mierzą ją linijką).

- wprowadzenie, w korelacji z programem matematyki, odchylenia standardowego

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

jako najpowszechniej stosowanej miary rozrzutu wyników pomiaru; obliczanie tej wielkości;

- obliczanie niepewności standardowej średniej ($s_{\bar{x}} = s_x/\sqrt{n}$); interpretowanie jej jako niepewność standardową wyniku pomiaru ($u(x) \equiv s_{\bar{x}}$);
- weryfikowanie zgodności wyniku pomiaru $x \pm u(x)$ z wartością dokładną x_0 w oparciu o kryterium $|x - x_0| < ku(x)$ i przyjmowanie standardowej wartości $k = 2$, stosowanej najczęściej w praktyce rachunku niepewności pomiaru;
- zamienianie niepewności granicznej na standardową przy użyciu wzoru $u(x) = \Delta x/\sqrt{3}$, np. w razie potrzeby porównywania niepewności różnych rodzajów czy w zastosowaniu do obliczania niepewności wielkości mierzonej pośrednio.

3. W odniesieniu do wielkości mierzonych pośrednio:

- tworzenie sytuacji dydaktycznych, w których wielkość szukana y jest obliczona na podstawie wyniku pomiaru jednej wielkości x , mierzonej bezpośrednio (np. objętość kuli na podstawie pomiaru jej średnicy, $V = \pi D^3/6$);
- obliczanie niepewności wielkości mierzonej pośrednio $u(y)$; dla dowolnej zależności jednej zmiennej $y = f(x)$ z wykorzystaniem wzoru¹²:

$$u(y) = \frac{1}{2} |f(x+u(x)) - f(x-u(x))|$$

- zamienianie niepewności granicznej Δx na niepewność standardową $u(x)$ z zastosowaniem związku podanego w punkcie 2. w sytuacji, gdy wielkość x (w powyższym wzorze) jest obciążona niepewnością graniczną;
- obliczanie niepewności $u(y)$ dla funkcji dwóch zmiennych $y = f(x_1, x_2)$ mierzonych bezpośrednio, np. wyznaczanie gęstości ρ materiału kuli na podstawie pomiaru średnicy D i masy m , $\rho = 6m/(\pi D^3)$. Realizowane w dwóch krokach:

krok 1.: obliczanie *udziałów niepewności* analogicznie jak w przypadku funkcji jednej zmiennej, co formalnie wyrażają wzory:

$$u_1(y) = \frac{1}{2} |f(x_1 + u(x_1), x_2) - f(x_1 - u(x_1), x_2)|$$

oraz

$$u_2(y) = \frac{1}{2} |f(x_1, x_2 + u(x_2)) - f(x_1, x_2 - u(x_2))|;$$

¹² Wzór zalecany przez Przewodnik GUM, zob. pkt 5.1.3. Wskazuje elementarny sposób obliczania niepewności na podstawie skończonych różnic oraz pozwala wyprowadzić gotowe wyrażenia analityczne w przypadkach szczególnych sumy, iloczynu i ilorazu. Więcej w artykule: A. Zięba, *Prawo propagacji niepewności bez pochodnych*. Foton 139, Zima 2017, str. 15-22.

krok 2.: obliczanie $u(y)$ jako sumy geometrycznej udziałów:

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y)};$$

- wykorzystywanie udziałów niepewności u_1 i u_2 do określania, który pomiar wnosi większy wkład do niepewności wielkości mierzonej pośrednio;
- wykorzystywanie niepewności $u(y)$ do badania zgodności wyniku ze wzorcem w sposób analogiczny, jak dla niepewności wielkości mierzonej bezpośrednio.

4. W odniesieniu do badania, prezentacji i analizy zależności pomiędzy dwiema wielkościami fizycznymi:

- badanie zależności pomiędzy wielkościami zależnymi (z punktu widzenia teorii) zarówno liniowo jak i nieliniowo (np. badanie prawa Ohma, pomiar charakterystyki diody);
- przedstawienie wyników w odpowiednio zorganizowanej i opisanej tabeli, z podanymi nazwami lub symbolami wielkości fizycznych i oznaczeniami jednostek;
- przedstawienie wyników na wykresie, z odpowiednio opisanymi i wyskalowanymi ośmi, z podanymi nazwami lub symbolami wielkości fizycznych i oznaczeniami jednostek;
- nanoszenie na wykres odcinków niepewności dla wybranej zmiennej jeśli są one wyraźnie większe od symbolu punktu na wykresie;
- graficzne prowadzenie prostej subiektywnie dopasowanej do punktów pomiarowych; rozróżnianie przypadku prostej dowolnej (o równaniu $y = ax + b$) oraz prostej przechodzącej przez początek układu współrzędnych (opisującej zależność wprost proporcjonalną, o równaniu $y = ax$);
- dopasowanie prostej do punktów pomiarowych przy pomocy oprogramowania typu „arkusz kalkulacyjny”; rozumienie podstaw metody najmniejszych kwadratów;
- intuicyjna, jakościowa ocena trafności dopasowania – rozróżnianie pomiędzy przypadkowymi odstępstwami punktów od dopasowanej prostej a odstępstwami systematycznymi, wskazującymi np. na nieliniowy charakter badanej zależności;
- analizowanie badanej zależności nieliniowej poprzez sprowadzenie jej do liniowego związku między znanymi funkcjami mierzonych wielkości (np. wykres zależności położenia od kwadratu czasu w ruchu jednostajnie przyspieszonym bez prędkości początkowej lub kwadratu okresu drgań wahadła prostego od jego długości);
- wyznaczanie wartości współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego dla dopasowanej prostej z wykorzystaniem metod graficznych oraz odpowiedniego oprogramowania; obliczanie, na tej podstawie, wartości parametrów badanej zależności (w podanych wyżej przykładach odpowiednio: przyspieszenie poruszającego się ciała, przyspieszenie ziemskie);
- szacowanie niepewności współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego dla dopasowanej prostej; szacowanie, na tej podstawie, niepewności pomiarowej parametrów badanej zależności¹³.

¹³ Oczekiwania takie są zapisane w sylabusie Międzynarodowej Olimpiady Fizycznej oraz występują w arkuszach egzaminacyjnych egzaminu maturalnego w Polsce.

Należy dążyć do unikania przeładowania nauczania nadmiarem treści i zbyt trudnymi pojęciami z dziedziny opracowywania wyników pomiarów. Należy także dostosowywać nauczanie do wymogów współczesnej nauki, m.in. poprzez ograniczanie wprowadzania i używania niewłaściwego, często mylącego nazewnictwa. Dotyczy to szczególnie:

- wykorzystywania, innych niż podane, wzorów z zakresu statystyki matematycznej;
- wprowadzania i stosowania innych miar punktu centralnego i rozrzutu niż średnia i odchylenie standardowe;
- operowania funkcją rozkładu błędów;
- wzmiankowania o problematyce korelacji pomiędzy badanymi wielkościami fizycznymi, w tym o współczynniku korelacji;
- rozpatrywania problematyki zgodności dwóch pomiarów o porównywalnych niepewnościach (tak granicznych jak i standardowych);
- stosowania pojęcia niepewności rozszerzonej;
- posługiwania się terminami „niepewność przypadkowa”, „niepewność systematyczna” oraz „niepewność maksymalna”;
- posługiwania się pojęciem klasy przyrządu (szczególnie w odniesieniu do przyrządów cyfrowych);
- stosowania „metody najmniej korzystnego przypadku”, „uproszczonej metody logarytmicznej” czy „metody różniczki zupełnej” (patrz przypis 2 na str. 1) do szacowania niepewności wielkości mierzonej pośrednio;
- stosowania terminu „regresja prostej”;
- podawania wzorów na parametry prostej dopasowanej metodą najmniejszych kwadratów i ich niepewności; nanoszenia na wykres badanej zależności tzw. prostokątów błędu¹⁴ i wykorzystywania ich do oceny jakości dopasowania prostej.

¹⁴ „Prostokąty błędu” nie są stosowane w publikacjach naukowych. Powodem jest brak dla nich sensownej interpretacji probabilistycznej. Gdy podstawową miarą niepewności jest odchylenie standardowe, to sens mogą mieć jedynie „krzyżyki” pokazujące wielkość niepewności pomiarów każdej z przedstawianych na wykresie zmiennych. W często spotykanej sytuacji, gdy jedna z dwóch niepewności dominuje, „krzyżyki” redukują się do odcinków niepewności, o których była mowa w jednym z zaleceń w pkt. 4.