

## WYZNACZANIE PRZYSPIESZENIA ZIEMSKIEGO ZA POMOCĄ WAHADŁA REWERSYJNEGO



### 1. Opis teoretyczny do ćwiczenia

zamieszczony jest na stronie [www.wtc.wat.edu.pl](http://www.wtc.wat.edu.pl) w dziale  
DYDAKTYKA – FIZYKA – ĆWICZENIA LABORATORYJNE.

## 2. Opis zestawu pomiarowego

Zestaw pomiarowy składa się z wahadła fizycznego (rewersyjnego) o dwu osiach obrotu i układu elektronicznego pozwalającego mierzyć czas określonej, pełnej liczby wahań wahadła. Ćwiczenie można także wykonywać z użyciem stopera. Na wahadle rewersyjnym zamontowany ciężarek w kształcie soczewki (a), którego położenie względem osi obrotu jest zmieniane w trakcie wykonywania ćwiczenia. Położenie drugiej soczewki (b) pozostaje stałe w czasie wykonywania serii pomiarów.

## 3. Przeprowadzenie pomiarów (wariant podstawowy)

1. Zawiesić wahadło na osi  $O_1$ , soczewkę umieścić blisko osi obrotu. Wychylić wahadło o mały kąt (do  $5^\circ$ ) i puścić swobodnie. Należy uważać, żeby wahadło wykonywało drgania tylko w płaszczyźnie równoległej do ściany.
2. Wykonać pomiar np. 10 okresów drgań z użyciem stopera, albo odczytać okres drgań z miernika cyfrowego. Zapisać zależność okresu  $T_1$  od położenia  $l$  środka soczewki (a).
3. Zaleca się wykonanie pomiarów zmieniając położenie  $l$  co 50-100 mm w zakresie od około 100-150 mm do 850-900 mm od osi obrotu,
4. Zawiesić wahadło na osi  $O_2$  i dokonać pomiaru okresów jego drgań przy tych samych położeniach soczewki względem osi obrotu, co w punktach 1 – 3. Zapisać zależność okresu  $T_2$  od położenia soczewki (a).
5. Określić dla których położzeń soczewki krzywe (parabole)  $T_1(l)$  oraz  $T_2(l)$  przecinają się analizując tabelę pomiarową lub szybko szkicując pomocniczy wykres.
6. Wykonać pomiary według punktów 1 – 3 w pobliżu obu punktów przecięcia się krzywych  $T_1(l)$  oraz  $T_2(l)$  zagęszczając położenia ciężarka, co 10-20 mm w zakresie  $\pm 50$  mm od punktu przecięcia.
7. Oszacować niepewności narzędzi pomiarowych. Zapisać te niepewności jak też wartości i niepewności parametrów stanowiska.

## 4. Opracowanie wyników pomiarów (wariant podstawowy)

### Wykonanie wykresu 1 – zależności okresu drgań od położenia soczewki

1. Wykreślić na jednym wykresie zależności okresów drgań  $T_1(l)$  i  $T_2(l)$  otrzymanych tylko przy zagęszczonych położeniach soczewki (a) wokół obu punktów przecięcia parabol.  
*Uwaga - nie wykonywać w sprawozdaniu wykresu dla pomiarów wstępnych! Jeżeli pomiary dotyczyły  $n$  drgań wahadła przed wykonaniem wykresu podzielić wszystkie mierzone czasy przez  $n$ .*
  2. Wybrać jeden z punktów przecięcia parabol. Wyznaczyć graficznie punkt przecięcia parabol (np. z przecięcia odcinków łączących najbliższe punkty pomiarowe) i odczytać  $T_o^l$ .
  3. Dla drugiego punktów przecięcia parabol korzystając z metody aproksymacji najmniejszych kwadratów Gaussa dokonać aproksymacji punktów pomiarowych prostymi  $y = \bar{a}x + \bar{b}$ , gdzie  $x = l$ ,  $y = T(l)$ .
- Parametry prostych zapisujemy na wykresie, a wyznaczamy je z

$$\bar{a} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i\right) - n \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i\right)}{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 - n \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)}, \quad \bar{b} = \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right) - \bar{a} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)}{n}$$

$$u(\bar{a}) = \sigma_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{n}{n-2} \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i^2\right) - \bar{a} \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i\right) - \bar{b} \cdot \left(\sum_{i=1}^n y_i\right)}{n \cdot \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}}, \quad u(\bar{b}) = \sigma_{\bar{b}} = \sigma_{\bar{a}} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

Przy wyznaczaniu parametrów prostych zaleca się wykonanie tabeli zawierającym kolumny z poszczególnymi wartościami:

$$x_i, y_i, x_i^2, y_i^2, x_i \cdot y_i$$

oraz ich sumy w celu uniknięcia błędów przy przetwarzaniu wartości zmierzonych.

#### Wyznaczenie okresu drgań wahadła rewersyjnego

4. Wyznaczyć punkt przecięcia prostych otrzymanych w punkcie 3 porównując ich równania

$$T_o'' = \left| \frac{b_1 a_2 - b_2 a_1}{a_2 - a_1} \right|$$

5. Obliczyć okres  $T_o$  jako średnią z obu wyznaczonych wartości  $T_o^I$  i  $T_o''$  lub odrzucić jeden z wyników podając uzasadnienie.

6. Oszacować niepewność maksymalną  $\Delta T_o$  biorąc pod uwagę niepewność pomiaru czasu  $\Delta T$ , wartości  $T_o^I$  i  $T_o''$  oraz wyniki pomiarów przedstawione na wykresie 1.

#### Wyznaczenie wartości przyspieszenia grawitacyjnego i jego niepewności

7. Wyznaczyć wartość lokalnego przyspieszenia grawitacyjnego ze wzoru  $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$ .

8. Wyznaczyć niepewność względną  $u_{c,r}(g) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{\Delta l_{zr}}{l_{zr}}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta T_0}{T_0}\right)^2}$ . Wynik zapisać także w formie, która pozwoli ocenić która z niepewności pomiarowych wnosi większy wkład do niepewności złożonej.

9. Wyznaczyć niepewność standardową złożoną  $u_c(g) = g \cdot u_{c,r}(g)$ .

10. Wyznaczyć niepewność rozszerzoną  $U(g) = 2 \cdot u_c(g)$ .

**5. Podsumowanie (wariant podstawowy)**

1. Zestawić wyznaczone wielkości wyznaczone z całosci pomiarów  $(\bar{g}, u_c(\bar{g}), U(\bar{g}), u_{c,r}(\bar{g}))$ , oraz wartość odniesienia zgodnie z regułami ich prezentacji.
2. Przeanalizować uzyskane rezultaty:
  - a) która z niepewności wnosi największy wkład do niepewności złożonej ( $u_c(\bar{g})$  lub  $u_{c,r}(\bar{g})$ );
  - b) czy spełniona jest relacja  $u_{c,r}(\bar{g}) < 0,1$  która może wskazywać na popełnienie małych błędów przypadkowych,
  - c) czy spełniona jest relacja  $|\bar{g} - g_{odniesienia}| < U(\bar{g})$  wskazująca na skupienie wyników wokół wartości odniesienia przy małych błędach systematycznych;
  - d) układ punktów pomiarowych na Wykresie 1 pod kątem występowania błędów grubych, systematycznych i przypadkowych.
3. Wnioski z analizy rezultatów.
  - a) Wyciągnąć wnioski pod kątem występowania błędów grubych, systematycznych i przypadkowych i ich przyczyn.
  - b) Zaproponować działania zmierzające do podniesienia dokładności wykonywanych pomiarów.
  - c) Wyjaśnić czy cel ćwiczenia został osiągnięty.

**6. Przykładowe pytania**

Zamieszczone są na stronie [www.wtc.wat.edu.pl](http://www.wtc.wat.edu.pl) w dziale  
DYDAKTYKA – FIZYKA – ĆWICZENIA LABORATORYJNE.

\*\*\*\*\*

**Zadania dodatkowe do wyznaczenia i analizy:**

1. Wyznaczyć drugi punkt przecięcia parabol z użyciem metody aproksymacji liniowej Gaussa. Wynik poddać analizie i wyciągnąć wnioski.
2. Wyznaczyć współczynniki korelacji liniowej  $R^2 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) \right]^2}{\left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right] \cdot \left[ \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right]}$  dla wyznaczonych prostych. Wynik poddać analizie i wyciągnąć wnioski.
3. Wykonać ponownie pomiary zmieniając położenie soczewki (b) widocznej na zdjęciu. Opracować ćwiczenie, porównać wyniki z uzyskanymi poprzednio, wyciągnąć wnioski.

Zespół w składzie.....

Cel ćwiczenia:

- wyznaczenie lokalnej wartości przyspieszenia grawitacyjnego

3.1 Wartości teoretyczne wielkości wyznaczanych lub określanych:

Wartość przyspieszenia grawitacyjnego: standardowe  $9,80665 \text{ ms}^{-2}$ ,

Gdańsk  $9,81450 \text{ ms}^{-2}$ , Kraków  $9,81054 \text{ ms}^{-2}$ , Poznań  $9,81334 \text{ ms}^{-2}$ , Warszawa  $9,81225 \text{ ms}^{-2}$ , ...

3.2 Parametry stanowiska (wartości i niepewności):

$l_{zr} =$  .....

pomiary dotyczą  $n=$ ..... okresów drgań.....

3.3 Pomiary i uwagi do ich wykonania:

Niepewność pomiaru położenia  $\Delta l = \Delta l_{zr} =$  .....

Niepewność pomiaru czasu  $\Delta T =$  .....

| Pomiary wstępne            |                     |                            |                     | L.p. | Pomiary zasadnicze         |                     |                            |                     |
|----------------------------|---------------------|----------------------------|---------------------|------|----------------------------|---------------------|----------------------------|---------------------|
| Obrót wokół O <sub>1</sub> |                     | Obrót wokół O <sub>2</sub> |                     |      | Obrót wokół O <sub>1</sub> |                     | Obrót wokół O <sub>2</sub> |                     |
| Położenie soczewki [mm]    | Okres drgań [.....] | Położenie soczewki [mm]    | Okres drgań [.....] |      | Położenie soczewki [.....] | Okres drgań [.....] | Położenie soczewki [.....] | Okres drgań [.....] |
| 0                          |                     | 1000                       |                     | 1    |                            |                     |                            |                     |
| 50                         |                     | 950                        |                     | 2    |                            |                     |                            |                     |
| 100                        |                     | 900                        |                     | 3    |                            |                     |                            |                     |
| 150                        |                     | 850                        |                     | 4    |                            |                     |                            |                     |
| 200                        |                     | 800                        |                     | 5    |                            |                     |                            |                     |
| 250                        |                     | 750                        |                     | 6    |                            |                     |                            |                     |
| 300                        |                     | 700                        |                     | 7    |                            |                     |                            |                     |
| 350                        |                     | 650                        |                     | 8    |                            |                     |                            |                     |
| 400                        |                     | 600                        |                     | 9    |                            |                     |                            |                     |
| 450                        |                     | 550                        |                     | 10   |                            |                     |                            |                     |
| 500                        |                     | 500                        |                     | 11   |                            |                     |                            |                     |
| 550                        |                     | 450                        |                     |      |                            |                     |                            |                     |
| 600                        |                     | 400                        |                     | 1    |                            |                     |                            |                     |
| 650                        |                     | 350                        |                     | 2    |                            |                     |                            |                     |
| 700                        |                     | 300                        |                     | 3    |                            |                     |                            |                     |
| 750                        |                     | 250                        |                     | 4    |                            |                     |                            |                     |
| 800                        |                     | 200                        |                     | 5    |                            |                     |                            |                     |
| 850                        |                     | 150                        |                     | 6    |                            |                     |                            |                     |
| 900                        |                     | 100                        |                     | 7    |                            |                     |                            |                     |
| 950                        |                     | 50                         |                     | 8    |                            |                     |                            |                     |
| 1000                       |                     | 0                          |                     | 9    |                            |                     |                            |                     |
|                            |                     |                            |                     | 10   |                            |                     |                            |                     |
|                            |                     |                            |                     | 11   |                            |                     |                            |                     |
|                            |                     |                            |                     |      |                            |                     |                            |                     |

Strona druga Karty Pomiarów

3.4 Data i podpis osoby prowadzącej