Fizyka ćwiczenia laboratoryjne

JOLANTA RUTKOWSKA, TOMASZ KOSTRZYŃSKI, KONRAD ZUBKO

SKRYPT WAT, WARSZAWA 2008

www.wtc.wat.edu.pl

Teoria zjawisk fizycznych została pogrupowana w następujące działy (numery ćwiczeń):

- <u>Mechanika</u> (2, 3, 4, 5, 33, 36, 39, 40, 41, 42)
- <u>Drgania i Fale</u> (4, 5, 6, 16, 21, 24, 30, 37)
- <u>Elektryczność i magnetyzm</u> (13, 14, 15, 16, 21, 22, 24, 26, 27, 37, 38, 39)
- <u>Optyka</u> (27, 28, 29, 31, 32, 43, 44)
- Jądro, atom, ciało stałe (17, 18, 19, 20, 23, 25, 28, 31, 32, 34, 35)
- <u>Ciecze i gazy</u> (2, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 30)

Informacje przydatne w danym ćwiczeniu mogą znajdować się w różnych działach.

CIECZE I GAZY, TERMODYNAMIKA

Spis treści

I. Lepkość cieczy i gazów	2
II. Lepkości cieczy podczas ruchu względem nieruchomych ścianek naczynia	4
III. Lepkość podczas ruchu ciała względem nieruchomej cieczy	6
IV. Napięcie powierzchniowe cieczy	8
V. Zwilżanie i zjawisko włoskowatości	11
VI. Pojemność cieplna gazów	14
VII. Wyznaczenie współczynnika κ metodą Clementa-Desormesa	17
VIII. Wyznaczenie współczynnika κ metodą rozładowania kondensatora	20
IX. Wyznaczenie współczynnika przewodnictwa cieplnego ciał metodą Christiansena	22
X. Zależność prędkości dźwięku od temperatury	23

I. Lepkość cieczy i gazów

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczeń nr 7, 8 oraz innych.

Przepływ cieczy rzeczywistej charakteryzuje zawsze pewien poślizg jej warstewek. Gdy na przykład ciecz spływa po nachylonej gładkiej powierzchni, to jej warstewki znajdujące się blisko dna płyną wolniej niż warstewki znajdujące się bliżej jej powierzchni (rys. I.1). Najszybciej porusza się warstwa powierzchniowa cieczy, natomiast warstwa przylegająca bezpośrednio do dna nie porusza się wcale.



Rys. I.1. Poślizg powierzchni wewnętrznych cieczy przy jej przepływie.

Ponieważ w cieczach rzeczywistych istnieją siły międzycząsteczkowe (siły van der Waalsa), takim poślizgom towarzyszy opór poślizgu zwany tarciem wewnętrznym lub oporem lepkości. Lepkość jest to właściwość cieczy i gazów polegająca na powstawaniu w nich naprężeń stycznych zależnych od prędkości przesuwania się warstw cieczy.

Zasadę pomiaru oporu lepkości cieczy przedstawia rys. I.2. Na płycie D została rozlana warstwa cieczy, na której spoczywa płytka P. Płytka wykonana jest z materiału, który badana ciecz zwilża tzn. płytkę pokrywa przylegająca warstewka cieczy. Szalka z ciężarkiem C wprawia płytkę w ruch (działa siła \vec{F}_2). Sile \vec{F}_2 przeciwstawia się siła tarcia wewnętrznego cieczy \vec{F}_1 , gdyż płytka pociąga za sobą najbliższą przylegającą warstewkę cieczy, a ta z kolei pociąga z nią sąsiadującą położoną pod nią itd. (dzieje się tak, gdyż działają przyciągające siły cząsteczkowe między cząsteczkami cieczy, jak i między cząsteczkami cieczy i cząsteczkami płytki i podłoża). W ten sposób warstewki górne poruszają się szybciej niż warstewki dolne. Między warstewkami cieczy występuje zatem tarcie. Mówimy tu o tarciu wewnętrznym cieczy oraz współczynniku tarcia wewnętrznego cieczy zwanego współczynnikiem lepkości cieczy, który ilościowo opisuje powyższe zjawisko. Zjawisku towarzyszy określony gradient prędkości dv/dl, co widać na rysunku I.2.



Rys. I.2. Zasada pomiaru współczynnika lepkości cieczy.

Eksperymentalnie możemy tak dobrać ciężarek C, aby płytka P poruszała się ruchem jednostajnym i wówczas zachodzi warunek $\vec{F_1} = \vec{F_2}$. W ten sam sposób można wyznaczyć wielkość siły $\vec{F_1}$. Na bazie takich doświadczeń ustalono, że siła $\vec{F_1}$ jest proporcjonalna do powierzchni *S* płytki oraz do gradientu prędkości dv/dl. Wyraża to wzór:

$$F_I = \eta \ S \ \frac{dv}{dl} \tag{I.1}$$

gdzie η jest współczynnikiem lepkości (zwanym również lepkością dynamiczną), charakteryzującym ilościowo wielkość wzajemnego oddziaływania cząsteczek w danej cieczy.

Jednostką współczynnika lepkości w układzie SI jest $\frac{N}{m^2}s$, czyli paskalosekunda. Stosuje się też zwyczajowo jednostkę zwaną puaz (skrót P) od nazwiska francuskiego badacza Poiseuille'a. Pomiędzy jednostkami zachodzi związek 1 Ns/m² = 10 P). Współczynnik lepkości zależy nie tylko od rodzaju cieczy, ale również od temperatury. Lepkość dynamiczna wody w temperaturze 20°C jest bardzo bliska wartości

1 centypuaza (1cP = 10^{-2} P = 10^{-3} Ns/m²). Ze wzrostem ruchu termicznego cząsteczek siły międzycząsteczkowe słabną, a więc również maleje η . Zależność $\eta = f(T)$ jest zależnością wykładniczą, co można zapisać:

$$\eta = A e^{\frac{B}{T}} \tag{I.2}$$

gdzie: A i B – stałe charakteryzujące daną ciecz są wyznaczane eksperymentalnie,

T – temperatura [K].

Zjawisko tarcia wewnętrznego cieczy występuje w dwóch przypadkach:

- podczas ruchu cieczy względem nieruchomych ścianek naczynia,
- podczas ruchu ciała względem nieruchomej cieczy.

II. Lepkości cieczy podczas ruchu względem nieruchomych ścianek naczynia

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczeń nr 7, 8 oraz innych.



Rys. II.1. Rozkład prędkości laminarnego przepływu cieczy w rurce.

Rysunek II.1 przedstawia rozkład prędkości przy laminarnym przepływie cieczy przez rurkę. W przepływie laminarnym (czyli warstwowym) cieczy, poszczególne jej warstewki charakteryzujące się stałymi prędkościami ruchu trą o siebie, ale nie zaburzają wzajemnie swojego ruchu. Nie ma wymiany cząsteczek między warstwami.

Chcąc pokonać opór lepkości cieczy \vec{F}_1 należy zastosować różnicę ciśnień $\Delta p = p_1 - p_2$ między jednym końcem rurki a drugim i tylko wówczas możemy obserwować wypływ cieczy z cienkiej rurki. Objętość V cieczy wypływającej z cienkiej rurki w czasie t można znaleźć stosując zasadnicze równanie lepkości:

$$F_I = \eta \ S \frac{dv}{dl} \tag{II.1}$$

gdzie η - współczynnik lepkości,

S - powierzchnia ścianek

dv/dr - gradient prędkości.

oraz znany w tym wypadku paraboliczny rozkład prędkości (rys. II.1).

$$V = \frac{\pi r^4 \, \Delta p}{8 \, \eta \, d} t \tag{II.2}$$

gdzie: d – długość rurki (kapilary),

r – promień rurki.

Wzór ten wyraża prawo Poiseuille'a opisujące laminarny przepływ cieczy przez cienkie rurki. Prawo to często przedstawia się w powiązaniu ze średnią prędkością wypływu cieczy z rurki. Stosując tę wielkość można objętość cieczy wypływającej z rurki

(o przekroju poprzecznym πr^2) w ciągu jednej sekundy wyrazić wzorem:

$$\frac{V}{t} = \pi r^2 \overline{v} \tag{II.3}$$

gdzie: \overline{v} jest średnią prędkością laminarnego przepływu cieczy.

Korzystając z zależności (II.3) i ze wzoru (II.2) otrzymujemy wyrażenie na średnią prędkość przepływu cieczy

$$\overline{v} = \frac{r^2 \,\Delta p}{8 \,\eta \,d} \tag{II.4}$$

Średnia prędkość przepływu cieczy przez cienką rurkę jest wprost proporcjonalna do różnicy ciśnień i kwadratu promienia rurki, a odwrotnie proporcjonalna do jej długości i lepkości dynamicznej cieczy.

<u>Powyższe wzory są słuszne jedynie dla przepływu laminarnego.</u> Dlatego też ważne jest kryterium przepływu laminarnego cieczy. Jest nim wartość liczby Reynoldsa zdefiniowanej wyrażeniem:

$$Re = \frac{2 r \,\overline{v} \,\rho}{\eta} \tag{II.5}$$

gdzie p oznacza gęstość cieczy.

Jeżeli wartość *Re* jest mniejsza od pewnej wartości krytycznej ($Re < Re_{kr}$), to mamy do czynienia z przepływem warstwowym, w przeciwnym razie z przepływem burzliwym. Dla przepływu cieczy przez rurkę $Re_{kr} = 2300$.

Przeprowadzając pomiar współczynnika lepkości metodą porównawczą porównujemy ciecz o nieznanym η z cieczą wzorcową o znanym $\eta = \eta_0$ (zazwyczaj wodą destylowaną). W tym celu wystarczy zmierzyć czas przepływu równych objętości obu cieczy przez taką samą rurkę (kapilarę) w jednakowych warunkach. Porównując wzór Poiseuille'a (II.2) dla cieczy wzorcowej:

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p_o}{8 \eta_o d} t_o \tag{II.6}$$

ze wzorem dla cieczy badanej

$$V = \frac{\pi r^4 \, \Delta p}{8 \, \eta \, d} t \tag{II.7}$$

otrzymujemy:

$$\eta = \eta_o \, \frac{\Delta p \, t}{\Delta p_o \, t_o} \tag{II.8}$$

Jeżeli przepływ cieczy w rurce zachodzi pod wpływem własnego ciężaru (jak w wiskozymetrze Ostwalda), to różnice ciśnień wynoszą odpowiednio:

$$\Delta p_o = \rho_o \cdot g \cdot h_{\dot{s}r} \qquad \text{i} \qquad \Delta p = \rho \cdot g \cdot h_{\dot{s}r} \tag{II.9}$$

gdzie: ρ – gęstość cieczy badanej

 ρ_o – gęstości cieczy wzorcowej,

 $h_{\rm sr}$ – średnia wysokość słupa cieczy podczas pomiaru taka sama dla obu cieczy. Stąd:

$$\eta = \eta_o \frac{\rho t}{\rho_o t_o} \tag{II.10}$$

III. Lepkość podczas ruchu ciała względem nieruchomej cieczy

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczeń nr 7, 8 oraz innych.

Każde ciało poruszające się w cieczy pociąga za sobą, dzięki istnieniu sił międzycząsteczkowych, sąsiadujące z nim warstewki. Zobrazować to można na przykładzie kulki poruszającej się w cieczy. Kulka unosi ze sobą warstwę przylegającego płynu, a ten na skutek zjawiska tarcia wewnętrznego wprawia w ruch następne warstwy. Im dalej położona jest warstewka, tym uzyskuje mniejszą prędkość. W ogólnym przypadku siła oporu $F_{T,}$ jaką płyn stawia poruszającemu się ciału jest proporcjonalna do wielkości ciała i zależy od jego kształtu, prędkości ruchu kulki v oraz od współczynnika η określającego lepkość ośrodka, w którym odbywa się ruch, co można wyrazić wzorem:

$$\vec{F}_T = -k \cdot a \cdot \eta \cdot \vec{v} \tag{III.1}$$

gdzie: k – współczynnik proporcjonalności zależny od kształtu ciała,

a – wielkość charakteryzująca wymiary ciała.

We wzorze pojawia się minus, gdyż siła oporu skierowana jest przeciwnie niż wektor prędkości ciała. W przypadku ciała o kształcie kuli o promieniu *r* powyższy wzór przyjmuje postać:

$$\vec{F}_T = -6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot \vec{v} \tag{III.2}$$

Zależności wyrażone równaniami (III.1) i (III.2) noszą nazwę prawa Stokesa. Zasadnicza cecha tego prawa to proporcjonalność oporu lepkości do prędkości ruchu \vec{v} .

Wzór (III.2) jest słuszny, gdy kulka porusza się w nieograniczonej objętości cieczy. W przypadku, gdy ruch kulki odbywa się wzdłuż osi cylindra o wewnętrznym promieniu R, pojawia się dodatkowe hamowanie ruchu kulki na wskutek zachodzenia dodatkowego tarcia poruszających się warstw cieczy (pociąganych przez kulkę) o nie poruszającą się warstwę cieczy zwilżającą cylinder. Im ścianka cylindra znajduje się bliżej poruszającej się kulki, tym efekt ten jest silniejszy. Zależy on od stosunku promieni r/R. Po uwzględnieniu tej poprawki wzór (III.2) przyjmuje postać:

$$\vec{F}_T = -6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot \vec{v} \cdot \left(1 + 2, 4\frac{r}{R}\right)$$
(III.3)

Ponieważ gęstość materiału kulki ρ_K jest większa od gęstości cieczy ρ_C , obserwujemy opadanie kulki zanurzonej w cieczy w polu grawitacyjnym Ziemi.

Na kulkę podczas jej ruchu działają trzy siły:

• siła ciężkości kulki skierowana w dół

$$\vec{F}_G = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_K \tag{III.4}$$

• siła wyporu cieczy skierowana do góry

$$\vec{F}_W = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_C \tag{III.5}$$

• siła Stokesa wyrażona wzorem (III.3) i skierowana przeciwnie do ruchu kulki, a więc ku górze.

Siła wypadkowa działająca na kulką jest sumą powyższych sił:

$$\vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_W + \vec{F}_T \tag{III.6}$$

Uwzględniając wyrażenia (III.3), (III.4) i (III.5) oraz kierunki działania sił można zapisać wzór na wartość bezwzględną siły wypadkowej w postaci:

$$F = \frac{4}{3}\pi r^{3}g\left(\rho_{K} - \rho_{C}\right) - 6\pi r \eta v\left(1 + 2, 4\frac{r}{R}\right)$$
(III.7)

Dla prędkości v = 0 jest ona największa. Pod jej działaniem kulka będzie opadać coraz szybciej. Ale ponieważ w miarę wzrostu prędkości siła *F* maleje, w pewnej chwili osiągnie ona wartość zero i od tej chwili kulka porusza się już ruchem jednostajnym (ze stałą prędkością zwaną dalej graniczną v_{gr}). Kładąc we wzorze (III.7) F = 0 po przekształceniach otrzymujemy wzór na współczynnik lepkości cieczy:

$$\eta = \frac{2r^2g\left(\rho_K - \rho_C\right)}{9\left(1 + 2, 4\frac{r}{R}\right)v_{gr}}$$
(III.8)

Prędkość v_{gr} można łatwo wyznaczyć przez pomiar czasu opadania kulki *t* na określonej drodze *L* w czasie jej ruchu jednostajnego: $v_{gr} = \frac{L}{t}$, co daje ostatecznie wyrażenie:

$$\eta = \frac{2r^2 t g \left(\rho_K - \rho_C\right)}{9L\left(1 + 2, 4\frac{r}{R}\right)}$$
(III.9)

Wyznaczanie współczynnika lepkości metodą Stokesa polega na bezpośrednim pomiarze wszystkich wielkości występujących po prawej stronie powyższego wzoru.

IV. Napięcie powierzchniowe cieczy

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczeń nr 2, 9 oraz innych.

Średnie odległości cząsteczek w cieczach są znacznie mniejsze niż w gazach, dlatego siły ich wzajemnego oddziaływania odgrywają istotną rolę. Zasięg działania tych sił jest bardzo mały, rzędu $5 \cdot 10^{-8}$ m, a więc około 50 średnic cząsteczki. Jak pokazuje rys. IV.1 siły van der Waalsa kompensują się wówczas, gdy cząsteczka znajdzie się głęboko wewnątrz cieczy. Natomiast w jej powierzchniowej warstwie siły międzycząsteczkowe nie kompensują się. Na cząsteczki cieczy znajdujące się w tej warstwie pozostała część cząsteczek wywiera siłę przyciągania skierowaną w głąb cieczy i prostopadłą do jej powierzchni. Dlatego powierzchniowa warstwa wywiera na ciecz wielkie ciśnienie wewnętrzne dochodzące do dziesiątków tysięcy atmosfer (dla wody ~1700 at.). Ciśnienia wewnętrznego nie można zmierzyć doświadczalnie, gdyż zawsze skierowane jest w głąb cieczy, a więc nie działa na ścianki naczynia i na ciała w niej zanurzone.

Średnia energia kinetyczna cząsteczek określana jest wyłącznie przez temperaturę. Dlatego w stanie równowagi energie cząsteczek warstwy powierzchniowej i znajdujących się wewnątrz cieczy są identyczne. Natomiast energia potencjalna uwarunkowana jest siłami wzajemnego oddziaływania międzycząsteczkowego. Cząsteczka przechodząc z wewnętrznych części cieczy na jej powierzchnię musi wykonać pracę przeciwko siłom przyciągania skierowanym w głąb cieczy (rys. IV.1). Dlatego cząsteczki warstwy powierzchniowej mają większą energię potencjalną niż cząsteczki wewnątrz cieczy.



Rys. IV.1. Siły oddziaływań międzycząsteczkowych w cieczy.

Właściwsze i precyzyjniejsze niż pojęcie energii potencjalnej jest pojęcie energii swobodnej ciała, które jest miarą maksymalnej pracy, jaką mogłoby ciało wykonać w odwracalnym procesie izotermicznym. W przybliżeniu można ją oczywiście utożsamiać z energią potencjalną.

Z termodynamiki wynika, że w stanie równowagi stałej układ posiada minimalną wartość energii swobodnej. Dlatego każda ciecz w stanie równowagi zachowuje się tak, aby mieć najmniejsze pole powierzchni. Świadczy to o tym, że warstwa powierzchniowa jest podobna do rozciągniętej błonki sprężystej. Działają w niej siły molekularne leżące w płaszczyźnie powierzchni cieczy i skierowane na

wszystkie jej strony – są to siły napięcia powierzchniowego. Można zilustrować to zjawisko doświadczeniem (rys. IV.2.).



Rys. IV .2. a) - Równoważące się siły napięcia powierzchniowego, b) - mechanizm rozciągania błony powierzchniowej.

Pozioma prostokątna druciana ramka ABCD i ruchoma poprzeczka **ab** dzieląca ją na dwie części zaciągnięte są całkowicie błonką wody mydlanej (rys. IV.2a). Siły działające na ramkę po obu jej stronach równoważą się i poprzeczka pozostaje nieruchoma. Natomiast po rozerwaniu jednej z błonek (rys. IV.2b) zaczyna przesuwać się w kierunku pozostawionej błonki. W celu zrównoważenia działania błonki do poprzeczki należy przyłożyć siłę F. Doświadczalnie stwierdzono, że jest ona proporcjonalna do długości poprzeczki:

$$F = 2 \cdot \delta \cdot l \tag{IV.1}$$

Współczynnik proporcjonalności δ nazywamy współczynnikiem napięcia powierzchniowego cieczy. We wzorze pojawia się czynnik 2, gdyż błonka mydlana ma dwie ograniczające ją warstwy powierzchniowe, z których każda działa na poprzeczkę a siłą δ -l.

Ze wzoru (IV.1) wynika, że wartość liczbowa współczynnika napięcia powierzchniowego równa się sile działającej na jednostkę długości obwodu ograniczającego powierzchnię cieczy. Siła ta jest spowodowana wzajemnym przyciąganiem między cząsteczkami warstwy powierzchniowej i jest skierowana wzdłuż stycznej do powierzchni oraz prostopadle do obwodu. W układzie SI jednostką napięcia powierzchniowego jest zatem N/m.Współczynnik napięcia powierzchniowego zależy od składu chemicznego cieczy i od temperatury.

Znajdźmy wyrażenie na swobodną energię warstwy powierzchniowej cieczy równą pracy wykonanej nad układem przez siły zewnętrzne w odwracalnym procesie izotermicznym. Przy przesunięciu granicy błonki ab na odległość dx (rys. IV .2b) siła zewnętrzna F wykonuje pracę dL:

$$dL = F \cdot dx = 2 \cdot \delta \cdot l \cdot dx \tag{IV.2}$$

Iloczyn $2 \cdot l \cdot dx$ oznacza powiększenie pola powierzchni cieczy dS, a więc

$$dL = \delta \cdot dS \tag{IV.3}$$

Całkowita praca wykonana przez siły zewnętrzne przy zmianie pola powierzchni błonki od S_1 do S_2 będzie wynosiła :

$$L = \int_{S_1}^{S_2} \delta \cdot dS = \delta (S_2 - S_1) = \delta \cdot \Delta S$$
 (IV.4)

Zmiana swobodnej energii warstwy powierzchniowej cieczy równa się iloczynowi współczynnika δ i zmiany pola powierzchni ΔS . Wobec tego wartość liczbowa współczynnika napięcia powierzchniowego równa się również swobodnej energii warstwy powierzchniowej, której pole jest równe jedności, a jego jednostką w układzie SI jest J/m².

Reasumując możemy powiedzieć, że napięcie powierzchniowe ma podwójne znaczenie: siłowe i energetyczne. Warto zauważyć, że analogie między zachowaniem błonki powierzchniowej cieczy i błonki sprężystej są przybliżone. Napięcie błonki sprężystej jest wprost proporcjonalne do jej odkształcenia (rozciągnięcia) i jest równe zeru dla pewnego skończonego pola powierzchni błonki. Natomiast napięcie powierzchniowe w cieczach nie zależy od rozmiarów powierzchni swobodnej - usiłuje ono zmniejszyć jej wielkość do zera. Dzieje się tak, gdyż siły oddziaływania międzycząsteczkowego nie ulegają zmianie. Wyznaczanie napięcia powierzchniowego cieczy przeprowadzane jest trzema metodami:

- przez rozrywanie błonki powierzchniowej wskutek jej rozciągnięcia,
- przez pomiar wzniesienia włoskowatego w rurkach włoskowatych (kapilarach),
- na podstawie wypływu kroplowego.

V. Zwilżanie i zjawisko włoskowatości

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczeń nr 2, 9 oraz innych.

Doświadczenie pokazuje, że swobodna powierzchnia cieczy przy ściankach naczynia na ogół jest zakrzywiona i ma kształt przedstawiony na rys. V.1. Zakrzywiona swobodna powierzchnia cieczy nazywa się meniskiem. W celu jego scharakteryzowania wprowadza się pojęcie kąta granicznego θ między zwilżoną powierzchnią ścianki i meniskiem w punktach ich przecięcia. Jeżeli $\theta < 90^{\circ}$ (rys. V.1a) mówimy, że ciecz zwilża ściankę, jeżeli $\theta > 90^{\circ}$ (rys. V.1b) mówimy, że ciecz nie zwilża ścianki. Występowanie menisku jest spowodowane tym, że cząsteczki cieczy znajdujące się w pobliżu ścianki ciała stałego oddziałują z jego cząsteczkami.

Rozpatrzmy cząsteczkę A warstwy powierzchniowej cieczy znajdującą się w pobliżu ścianki naczynia (rys. V.1). Zakres jej cząsteczkowego działania jest zaznaczony na rysunku konturem K. Działają na nią dwie siły:

- \vec{F}_2 , z jaką jest przyciągana przez cząsteczki ścianki. Ze względu na symetrię siła ta jest prostopadle skierowana do ścianki naczynia.
- \vec{F}_1 , która jest wypadkową sił przyciągania cząsteczki A przez wszystkie pozostałe cząsteczki cieczy. Jej kierunek zależy od kształtu menisku i położenia cząsteczki A względem ścianki. Ciężar cząsteczki w porównaniu z siłami \vec{F}_1 i \vec{F}_2 jest tak mały, że można go pominąć. Siła wypadkowa \vec{F} (gdy cząsteczka A znajduje się w równowadze) jest skierowana prostopadle do powierzchni cieczy. Gdyby siła nie była prostopadła do powierzchni cieczy, wówczas cząsteczka przesuwałaby się wzdłuż powierzchni.



Rys. V.1. Rozkład sił działających na cząsteczkę cieczy znajdującą się na powierzchni menisku wklęsłego (a) i wypukłego (b).

Mogą zaistnieć trzy następujące przypadki:

• Siła \vec{F} jest równoległa do powierzchni ścianki, wówczas powierzchnia cieczy jest płaska i $\theta = 90^{\circ}$.

- Siła \vec{F} jest skierowana w stronę ścianki tzn., że siły przyciągania cząsteczki A przez cząsteczki ścianki przeważają nad siłami przyciągania jej przez cząsteczki cieczy. Wtedy ciecz ma menisk wklęsły i $\theta < 90^{\circ}$, czyli ciecz zwilża ściankę (rys. V.1a).
- Siła \vec{F} jest skierowana w stronę cieczy, tzn., że siły przyciągania cząsteczki A przez cząsteczki cieczy przeważają nad siłami przyciągania jej przez cząsteczki ścianki. Wtedy ciecz ma menisk wypukły i $\theta > 90^\circ$, czyli ciecz nie zwilża ścianki (rys. V.1b).

Dzięki działaniu sił napięcia powierzchniowego zakrzywiona warstwa powierzchniowa wywiera na ciecz pewne ciśnienie P_k , dodające się do zewnętrznego ciśnienia P_{atm} . Analogicznie działa rozciągnięta sprężysta powłoka na zamknięty wewnątrz niej gaz.

Gdy menisk jest wypukły, ciśnienie to jest skierowane ku dołowi (wówczas $P_k > 0$) i dlatego poziom cieczy w kapilarze będzie wtedy niższy niż w naczyniu (rys. V.2a). Natomiast dla menisku wklęsłego dodatkowe ciśnienie P_k jest skierowane ku górze (wówczas $P_k < 0$) i dlatego poziom cieczy w kapilarze będzie wtedy wyższy niż w naczyniu (rys. V.2b). Pierre Laplace wyprowadził następującą zależność między ciśnieniem P_k a geometrią powierzchni cieczy:

$$P_k = \delta \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{V.1}$$

gdzie R_1 i R_2 oznaczają promienie krzywizn dwóch dowolnych, ale wzajemnie prostopadłych przekrojów normalnych w danym punkcie cieczy.



Rys. V.2. Zjawisko włoskowatości: a) gdy ciecz nie zwilża ścianek naczynia, b) gdy ciecz zwilża ścianki naczynia.

Przekrojem normalnym powierzchni w danym punkcie nazywamy krzywą otrzymaną w przecięciu powierzchni płaszczyzną przechodzącą przez normalną (prostopadłą) do powierzchni w tym punkcie. R_1 lub R_2 przyjmuje się za dodatnie, gdy środek krzywizny przekroju leży wewnątrz cieczy. Rozważmy kilka przypadków szczególnych:

- dla powierzchni płaskiej $R_1 = R_2 = \infty$ i wtedy $P_k = 0$.
- Dla powierzchni cylindrycznej (np. dla cieczy między dwoma równoległymi pionowymi szybami położonymi bardzo blisko siebie) $R_1 = R$ i $R_2 = \infty$, wtedy:

$$P_k = \frac{\delta}{R} \tag{V.2}$$

• Dla powierzchni kulistej $R_1 = R_2 = R$, wówczas:

$$P_k = \frac{2\delta}{R} \tag{V.3}$$

Takie jest ciśnienie wewnątrz pęcherzyka gazu o promieniu *R*, znajdującego się wewnątrz cieczy w pobliżu jej powierzchni.

• Dla kapilary o małym promieniu r powierzchnia cieczy jest kulista, przy czym jej promień

$$R = \frac{r}{\cos \theta} \tag{V.4}$$

Dla cieczy z meniskiem wklęsłym ciśnienie kapilarne skierowane ku górze P_k jest równoważone ciśnieniem hydrostatycznym słupa cieczy w kapilarze skierowanym ku dołowi:

$$P_k = \rho \cdot g \cdot h \tag{V.5}$$

gdzie: ρ – gęstość cieczy;

- h-wysokość słupa cieczy w kapilarze mierzona od poziomu cieczy w naczyniu;
- g przyśpieszenie ziemskie.

Zestawiając wzory (V.2), (V.3) i (V.4) otrzymujemy możliwość wyznaczenia współczynnika napięcia powierzchniowego cieczy badając efekt kapilarny

$$\delta = \frac{r h \rho g}{2 \cos \theta} \tag{V.6}$$

W przypadku czystych rurek szklanych zetknięcie wielu cieczy z jej ściankami cechuje tzw. zwilżanie doskonałe o kącie granicznym bardzo bliskim zeru ($\theta = 0$).

VI. Pojemność cieplna gazów

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczeń nr 10, 11, 30 oraz innych.

Przyjęcie metody statystycznej w fizyce cząsteczkowej doprowadziło do powstania kinetycznomolekularnej teorii gazów. Specjalne miejsce zajmuje w niej prawo równomiernego rozkładu energii pomiędzy stopnie swobody cząsteczki gazu. Liczbą stopni swobody ciała nazywamy najmniejszą liczbę współrzędnych (tzw. współrzędnych niezależnych), które należy koniecznie podać, aby dokładnie określić położenia ciała w przestrzeni.

Cząsteczkę gazu jednoatomowego możemy rozpatrywać jako punkt materialny, gdyż cała jej masa jest skupiona w bardzo małym jądrze. Ma ona tylko trzy stopnie swobody związane z ruchem postępowym (trzy współrzędne kartezjańskie). Dla cząsteczek dwu i więcej atomowych nie jest wszystko jedno, jak są ułożone w przestrzeni. Traktując je jako obiekty sztywne możemy stwierdzić, że mogą wykonywać ruchy obrotowe, co zwiększa liczbę współrzędnych koniecznych do dokładnego określenia położenia cząsteczki. I tak np. dla cząsteczki dwuatomowej trzeba już ich pięciu (dodatkowo dwa kąty sferyczne określające jej orientację), natomiast cząsteczka gazu o trzech lub więcej atomach wymaga trzech stopni swobody ruchu postępowego i trzech stopni swobody ruchu obrotowego (razem sześć). Jeżeli cząsteczka nie jest bezwzględnie sztywna, poszczególne jej części mogą przemieszczać się względem siebie i wówczas dla pełnego opisu jest konieczne wprowadzenie jeszcze dodatkowych stopni swobody związanych z jej ruchem drgającym.

Zasada równomiernego rozkładu energii między stopnie swobody (tzw. zasada ekwipartycji energii) mówi, że na każdy stopień swobody cząsteczki średnio przypada jednakowa energia kinetyczna równa kT

 $\frac{kT}{2}$. Jeżeli cząsteczka posiada i stopni swobody, to jej średnia energia kinetyczna E_k wynosi

$$E_k = \frac{i k T}{2} \tag{VI.1.}$$

gdzie: k-stała Boltzmanna,

T-temperatura w skali bezwzględnej.

W gazie doskonałym nie ma sił wzajemnego przyciągania międzycząsteczkowego (powietrze możemy traktować jako gaz doskonały), a więc energia potencjalna cząsteczek jest równa zeru. Dlatego energia wewnętrzna mola gazu doskonałego równa się sumie energii kinetycznych N_A (liczba Avogadra) cząsteczek

$$U = N_A E_k = N_A \frac{i k T}{2} = \frac{i R T}{2}$$
 (VI.2)

gdzie: $R = k \cdot N_A$ oznacza uniwersalną stałą gazową.

Jednym z głównych osiągnięć kinetyczno-molekularnej teorii gazów jest możliwość teoretycznego obliczenia ich pojemności cieplnej. Wielkościami fizycznymi opisującymi pojemność cieplną gazów są: ciepło właściwe wyznaczone przy zachowaniu stałej objętości gazu (w przemianie izochorycznej) oznaczane przez c_V oraz ciepło właściwe c_p wyznaczane podczas przemiany izobarycznej gazu (przy stałym ciśnieniu).

Jeżeli znamy ilość ciepła dQ dostarczanego do gazu o masie *m*, które spowodowało wzrost jego temperatury o dT, to możemy wyznaczyć ciepło właściwe za pomocą wzorów:

$$c_V = \frac{1}{m} \frac{dQ_V}{dT} \tag{VI.3}$$

$$c_p = \frac{1}{m} \frac{dQ_p}{dT}$$
(VI.4)

gdzie: dQ_V i dQ_p oznaczają ilość ciepła, które należy dostarczyć, aby podnieść temperaturę gazu o dT w warunkach zachowania odpowiednio stałej objętości i stałego ciśnienia.

W przemianie izochorycznej dostarczone ciepło może być magazynowane w gazie tylko w postaci energii wewnętrznej

$$dQ_V = dU \tag{VI.5}$$

gdzie dU oznacza zmianę energii wewnętrznej gazu.

W przemianie izobarycznej energia cieplna jest zużywana również na wykonanie pracy przez gaz. Przy ogrzewaniu, aby zachować warunek stałego ciśnienia p gaz musi zwiększyć swą objętość o dV i wykonuje wówczas pracę równą $p \cdot dV$. W związku z powyższym możemy zapisać:

$$dQ_p = dU + p \cdot dV \tag{VI.6}$$

Weźmy masę gazu równą 1 mol i wyznaczymy odpowiednie ciepło molowe (ciepło właściwe dotyczące masy 1 mola). Wówczas biorąc pod uwagę wyrażenia (VI.2), (VI.3) i (VI.5) otrzymujemy:

$$c_V = \frac{dU}{dT} = \frac{iR}{2} \tag{VI.7}$$

Z równania gazu doskonałego dla jednego mola pV = RT wynika, że:

$$p \cdot dV = R \cdot dT \tag{VI.8}$$

Uwzględniając w równaniu (VI.4) związki (VI.6), (VI.7) i (VI.8) otrzymujemy:

$$c_p = \frac{dU + p \, dV}{dT} = \frac{dU + R \, dT}{dT} = \frac{dU}{dT} + R = c_V + R$$
 (VI.9)

$$c_p = \frac{(i+2)R}{2}$$
 (VI.10)

Z powyższych rozważań wynika, że współczynnik adiabaty κ dla gazu doskonałego jest równy:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}$$
(VI.11)

W szczególności dla gazu jednoatomowego $\kappa = 5/3 = 1,67$; dla dwuatomowego $\kappa = 7/5 = 1,40$; dla wieloatomowego $\kappa = 8/6 = 1,33$.

Z porównania wyników eksperymentów i przedstawionej teorii wynika, że wartość pojemności cieplnych wielu gazów, wyznaczone w warunkach normalnych, dobrze zgadzają się z wynikami teoretycznymi i tylko cząsteczki złożone w rodzaju C₆H₆ i C₂H₅OH wykazują duże rozbieżności między teorią a doświadczeniem.

W klasycznej teorii pojemności cieplnej gazów, z zależności pojemności cieplnej od stopni swobody cząsteczek wynika, że jest ona niezależna od temperatury, co jest niezgodne z prawdą. Rozpatrując ruch drgający cząsteczek wiemy, że dla gazów dwu - i więcej atomowych częstotliwość drgań

cząsteczek v_{drg} jest bardzo duża (energie $h v_{drg}$ są bardzo duże w porównaniu ze średnią energią cząsteczek w temperaturze pokojowej i niższych; h – stała Plancka). W związku z tym dla takich gazów przy obliczaniu pojemności cieplnej, w wyżej wymienionych temperaturach, można nie brać pod uwagę stopni swobody ruchu drgającego cząsteczek, ale w wysokich temperaturach należy je uwzględniać. Dla niektórych złożonych cząsteczek (np. dla par alkoholu etylowego i benzenu) należy to uczynić już w temperaturze pokojowej i niższych.

Prawidłowe wyjaśnienie wyników doświadczalnych dotyczących zmian pojemności cieplnej gazów w szerokim zakresie temperatur otrzymano na podstawie kwantowej teorii pojemności cieplnej rozwiniętej w 1905 roku przez A. Einsteina.

VII. Wyznaczenie współczynnika ĸ metodą Clementa-Desormesa

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczenia nr 10 oraz innych.

Pomiar współczynnika k pozwala na wyznaczenie liczby stopni swobody cząsteczki gazu i wnioskowanie o jej wewnętrznej budowie. Współczynnik ten związany jest z przemianą adiabatyczną gazu (przemianę zachodzącą bez wymiany ciepła między gazem a otoczeniem) opisywaną równaniem Poissona:

$$p \cdot V^{\kappa} = const \tag{VII.1}$$

Stanowi to punkt wyjścia metody Clementa - Desormesa. W celu wyznaczenia κ należy przeprowadzić przemianę adiabatyczną. W omawianej metodzie korzysta się ze szczególnego związku zachodzącego między trzema przemianami gazowymi, a mianowicie adiabatyczną, izochoryczną i izotermiczną przedstawionego na rys. VII.1.

Punktem początkowym doświadczenia jest stan I gazu zdefiniowanego parametrami: $V = V_1$, $p = p_o + \rho \cdot g \cdot h_1$, $T = T_1$ gdzie: T_1 - temperatura otoczenia, p_o - aktualne ciśnienie atmosferyczne.



Rys. VII.1. Cykl przemian gazowych wykorzystywany przy wyznaczaniu κ metodą Clementa-Desormesa.

Ciśnienie gazu jest większe od atmosferycznego. Stan I uzyskujemy przez sprężenie pewnej ilości gazu do objętości V_1 , a o wielkości uzyskanego ciśnienia możemy wnioskować ze wskazań różnicowego manometru cieczowego:

- *h*₁ różnica poziomów cieczy manometrycznej;
- *p*_o gęstość cieczy manometrycznej.

Manometr różnicowy mierzy różnicę między ciśnieniem sprężonego gazu a ciśnieniem atmosferycznym.

Na początku doświadczenia musimy zbadać, czy badany gaz uzyskał temperaturę otoczenia. W tym celu po wstępnym sprężeniu gazu należy odpowiednio długo zaczekać, aby zdążył się on ochłodzić do temperatury otoczenia. W tym samym czasie na manometrze różnicowym obserwujemy zmniejszanie

się ciśnienia gazu. Ustalenie się stałego ciśnienia jest znakiem, że wymagane warunki (stan I gazu) zostały osiągnięte. Teraz możemy przeprowadzić przemianę adiabatyczną przez szybkie jego rozprężenie do ciśnienia atmosferycznego i przejście do stanu II gazu określanego następującymi parametrami: $V = V_2 > V_{I_1}p = p_o$, $T = T_2 < T_I$. Krzywa łącząca stany I i II na rys. VII.1 jest adiabatą. Między parametrami gazu zachodzi zależność:

$$(p_o + \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot V_1^{\kappa} = p_o \cdot V_2^{\kappa}$$
(VII.2)

Podczas rozprężania adiabatycznego gaz się oziębił do temperatury T_2 . Możemy go teraz ogrzać do temperatury otoczenia T_1 w przemianie izochorycznej (prosta łącząca stany II i III). Ciśnienie gazu rośnie aż do osiągnięcia stanu III gazu o parametrach: $V = V_2$, $p = p_o + \rho \cdot g \cdot h_2 < p_o + \rho \cdot g \cdot h_1$ dla $h_2 < h_1$, $T = T_1$.

Stany I i III posiadają tę samą temperaturę (otoczenia), a więc leżą na jednej izotermie (hiperbola łącząca stany I i III na rys. VII.1). Ze stanu I można również przejść do stanu III przeprowadzając przemianą izotermiczną. Zgodnie z równaniem Boyle'a - Mariott'a można napisać zależność:

$$(p_o + \rho \cdot g \cdot h_1) \cdot V_1 = (p_o + \rho \cdot g \cdot h_2) \cdot V_2$$
(VII.3)

Wyliczając stosunek $\frac{V_2}{V_1}$ niezależnie z dwu równań (VII.2), (VII.3) i przyrównując otrzymane wyrażenia do siebie otrzymujemy zależność:

$$\frac{p_o + \rho g h_l}{p_o + \rho g h_2} = \left[\frac{p_o + \rho g h_l}{p_o}\right]^{\frac{1}{\kappa}}$$
(VII.4)

Obliczone stąd κ można zapisać w postaci:

$$\kappa = \frac{ln \left[1 + \frac{\rho g h_l}{p_o} \right]}{ln \left[1 + \frac{\rho g h_l}{p_o} \right] - ln \left[1 + \frac{\rho g h_2}{p_o} \right]}$$
(VII.5)

Ponieważ w warunkach eksperymentu

$$\rho \cdot g \cdot h_2 < \rho \cdot g \cdot h_1 << p_o \tag{VII.6}$$

a więc inaczej

$$\frac{\rho g h_2}{p_o} \langle \frac{\rho g h_l}{p_o} \langle \langle 1$$
 (VII.7)

można skorzystać z następującego rozwinięcia w szereg:

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$
(VII.8)

Ograniczając się tylko do pierwszego wyrazu rozwinięcia otrzymujemy ostatecznie bardzo prostą zależność:

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \tag{VII.9}$$

Ze wzoru (VII.9) wynika, że w opisanej metodzie wystarczy zmierzyć przyrosty ciśnień h_1 i h_2 (mierzone przyrostem słupa cieczy w manometrze) w stosunku do ciśnienia atmosferycznego, aby z dobrą dokładnością wyznaczyć wartość szukanego stosunku c_p/c_V .

VIII. Wyznaczenie współczynnika k metodą rozładowania kondensatora

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczenia 11 oraz innych.

Omówimy tu wyznaczanie ciepła molowego c_V powietrza poprzez przeprowadzenie przemiany izochorycznej gazu. Jeżeli znamy ilość ciepła dQ dostarczanego do gazu o masie *m*, które spowodowało wzrost jego temperatury o dT, to możemy wyznaczyć ciepło właściwe za pomocą wzorów:

$$c_V = \frac{1}{m} \frac{dQ_V}{dT}$$
(VIII.1)

$$c_p = \frac{1}{m} \frac{dQ_p}{dT}$$
(VIII.2)

gdzie: dQ_V i dQ_p oznaczają ilość ciepła, które należy dostarczyć, aby podnieść temperaturę gazu o dT w warunkach zachowania odpowiednio stałej objętości i stałego ciśnienia.

Możemy zapisać, że dla *n* moli gazu ciepło dostarczane do układu w warunkach zachowania stałej jego objętości dQ_V jest magazynowane w postaci przyrostu energii wewnętrznej dU zgodnie ze wzorem:

$$dU = dQ_V = n \cdot c_V \cdot dT \tag{VIII.3}$$

gdzie: dT – oznacza przyrost temperatury.

Z równania gazu doskonałego

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \tag{VIII.4}$$

wynika, że

$$V \cdot dp = n \cdot R \cdot dT \tag{VIII.5}$$

Uwzględniając to otrzymujemy:

$$dU = \frac{n V c_V dp}{n R} = \frac{n c_V T dp}{p}$$
(VIII.6)

Dla skończonych przyrostów mamy zależność:

$$\Delta U = \frac{n \ c_V \ T \ \Delta p}{p} \tag{VIII.7}$$

która jest podstawą omawianego doświadczenia.

W ogrzewanie gazu realizowane jest przez rozładowanie kondensatora o pojemności *C* (naładowanego wcześniej do napięcia V_m) poprzez spiralę oporową. Energia zgromadzona w kondensatorze $C \cdot V_m^2/2$ w spirali zamienia się na ciepło, a ta z kolei ogrzewa gaz podwyższając jego energię wewnętrzną o ΔU :

$$\frac{C V_m^2}{2} = \frac{n \ c_V \ T \ \Delta p}{p}$$
(VIII.8)

co możemy zapisać w postaci :

$$\Delta p = \left(\frac{p C}{2 n c_{\rm v} T}\right) V_{\rm m}^2 \tag{VIII.9}$$

Funkcja $\Delta p = f(V_m^2)$ ma postać liniową, a więc jest prostą o nachyleniu:

$$a = \frac{p C}{2 n c_V T}$$
(VIII.10)

Współczynnik ten można wyznaczyć na podstawie graficznego lub analitycznego opracowania wyników pomiarów. Znając go można obliczyć wartość ciepła molowego:

$$c_V = \frac{p C}{2 n a T}$$
(VIII.11)

W celu wyliczenia ilości moli gazu korzystamy z zależności

$$n = V_n / V_o \tag{VIII.12}$$

gdzie V_n oznacza objętość naczynia z gazem, natomiast V_o objętość mola gazu przy określonym ciśnieniu i temperaturze.

IX. Wyznaczenie współczynnika przewodnictwa cieplnego ciał metodą Christiansena

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczenia nr 12 oraz innych.

Zjawisko przewodnictwa cieplnego w ciałach stałych polega na transporcie energii w postaci ciepła w ciele ogrzanym w nierównomierny sposób. Fizycznym przykładem realizującym ten warunek jest warstwa materiału, której płaskie powierzchnie posiadają różne temperatury. Stan taki można uzyskać doprowadzając do jednej z nich ciepło, np. z grzejnika, od drugiej zaś jednocześnie odbierając ciepło z taką samą prędkością. Taki ustalony rozkład temperatur w ciałach nazywamy stanem stacjonarnym. Podstawowym równaniem fizycznym opisującym przewodnictwo cieplne w tym przypadku jest równanie Fouriera:

$$Q = \lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \tag{IX.1}$$

gdzie Q oznacza ilość ciepła przechodzącą w jednostce czasu przez jednorodną warstwę o grubości Δx i powierzchni S przy różnicy temperatur ΔT .

We wzorze tym λ jest współczynnikiem charakteryzującym właściwości środowiska, w którym występuje przypływ ciepła. Nazywa się go współczynnikiem przewodnictwa cieplnego lub przewodnością cieplną. W ogólnym przypadku temperatura *T* w różnych punktach ciała zmienia się z upływem czasu T = f(x, y, z, t). Stan taki wystąpi np., gdy w wyżej opisanym przykładzie szybkości dostarczania ciepła i odbierania z drugiej strony rozpatrywanej warstwy są różne. Funkcję *T* określa się rozwiązując równanie przewodnictwa cieplnego, które dla jednorodnego izotropowego ciała bez wewnętrznych źródeł ciepła przyjmuje postać.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right]$$
(IX.2)

Wielkość *a* charakteryzuje szybkość wyrównania się temperatury i nosi nazwę współczynnika wyrównania temperatury. Współczynnik *a* ma znaczenie fizyczne zredukowanego współczynnika przewodnictwa cieplnego i związany jest z wielkością λ następującym wzorem:

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \tag{IX.3}$$

gdzie: ρ – gęstość ciała;

c – ciepło właściwe, równe co do wartości ilości ciepła w J potrzebnej do ogrzania masy 1 kg ciała o 1°K.

Wartość współczynnika λ można wyznaczyć doświadczalnie za pomocą wzoru (IX.1) mierząc bezpośrednio Q, S, ΔT , Δx . Okazuje się jednak, że spośród czterech wymienionych wielkości ilość ciepła jest wielkością, której bezpośrednie zmierzenie nastręcza szereg trudności. Można jednak zastosować metodę Christiansena wyznaczania λ , w której porównuje się ilości ciepła przepływające przez dwa materiały: badany i odniesienia.

X. Zależność prędkości dźwięku od temperatury

Opis użyteczny do zrozumienia ćwiczenia nr 30 oraz innych.

Do bardzo rozpowszechnionych procesów makroskopowych należą ruchy określone wspólną nazwą fal dźwiękowych lub po prostu dźwięków. Dźwięk jest makroskopową falą powstającą w wyniku uporządkowanych małych drgań substancji. Makroskopowość fali oznacza to, że jej długość λ przewyższa znacznie charakterystyczne liniowe rozmiary mikroskopowej struktury ośrodka. A zatem, dla dźwięku w gazie $\lambda >> \lambda_s$, gdzie λ_s oznacza średnią drogę swobodną cząstek gazu. W warunkach normalnych λ_s jest rzędu 10⁻⁷ m, wobec czego $\lambda >> 10^{-7}$ m. W przypadku cieczy i ciał stałych musi być spełniony warunek $\lambda >> a$, gdzie *a* oznacza średnią odległość między cząsteczkami ośrodka. Odległość ta jest rzędu 10⁻¹⁰ m, a więc w przypadku takich ośrodków musi być spełniony warunek $\lambda >> 10^{-10}$ m.

Ograniczenia długości fali od strony małych wartości pociągają za sobą ograniczenia częstości od strony dużych wartości. W gazach, w warunkach normalnych, prędkość dźwięku zmienia się w granicach od 10^2 do 10^3 m/s. Wyjątkiem jest wodór, w którym prędkość dźwięku jest większa $v > 10^3$ m/s. Wynika to ze stosunkowo małej masy cząsteczkowej wodoru. W cieczach i ciałach stałych prędkość dźwięku jest prawie o rząd wielkości większa niż w gazach. Wychodząc z ogólnej właściwości fal otrzymujemy następujący warunek na częstość drgań dźwiękowych w gazach w warunkach normalnych:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\nu}{\lambda} \ll 10^9 \,\mathrm{m} \tag{X.1}$$

Regularna struktura (uporządkowanie) fali dźwiękowej wynika z tego, że dźwięk jest wzbudzany drganiami mechanicznymi. Na przykład fala dźwiękowa dochodząca od głośnika jest wytwarzana drganiami jego membrany. Uporządkowanie cechujące fale dźwiękowe odróżnia je od ruchów bezładnych, takich jak cieplne drgania cząstek kryształu. Ponieważ drgania dźwiękowe są małe, towarzyszące przechodzeniu fali dźwiękowej odchylenia makroskopowych parametrów ośrodka od wartości równowagowych są niewielkie. Np. różnice ciśnień w gazie, powodowane przejściem fali dźwiękowej są mniejsze niż ciśnienie w gazie nie zaburzonym przechodzeniem takiej fali.

Dźwiękiem w węższym sensie nazywamy takie drgania ośrodka, których częstość należy do zakresu odbieranego przez ludzkie ucho, czyli do zakresu od 16 do $2 \cdot 10^4$ Hz. Drgania o częstościach mniejszych niż 16 Hz nazywamy infradźwiękami, a o częstości powyżej $2 \cdot 10^4$ Hz, zwanych ultradźwiękami. Dział fizyki poświęcony badaniu zjawisk dźwiękowych nosi nazwę akustyki i w związku z tym fale dźwiękowe nazywa się także falami akustycznymi.

Dzięki makroskopowemu charakterowi ruchu w polu fali dźwiękowej można nie uwzględniać mikroskopowej budowy ośrodka, lecz zakładać jego ciągłą budowę ciągłą. W przypadku fali akustycznej rozchodzącej się w dowolnym ośrodku wielkością wykonującą ruch drgający jest każda składowa dostatecznie małego przemieszczenia $\xi(r, t)$ nieskończenie małego elementu objętości ΔV ośrodka względem położenia równowagi.

Wyznaczymy prędkość dźwięku w ośrodku gazowym. Zauważmy, że w takim ośrodku rozchodzą się tylko fale podłużne, ponieważ ani gaz, ani ciecz nie stawiają oporu podczas prób zmiany ich kształtu. Inaczej mówiąc, uporządkowane drgania w takich ośrodkach można wytwarzać tylko przez ich ściskanie i rozciąganie.

Rozważmy najprostszy przypadek fali dźwiękowej jednowymiarowej. Taką falę można, np., wzbudzić w długiej rurze wypełnionej gazem lub cieczą, umieszczając w jednym z jej końców drgającą membranę. Proces falowy będzie wówczas polegał na przemieszczaniu się w ośrodku stref zgęszczeń i rozrzedzeń wywołanych drganiami membrany. Wielkość ξ będzie w tym przypadku oznaczała przesunięcie nieskończenie cienkiej (ale o grubości jeszcze makroskopowej!) warstewki substancji wzdłuż osi rury. Wielkość przemieszczenia zależy od wartości współrzędnej x warstewki w stanie niezaburzonym oraz od czasu: $\xi = \xi(x, t)$ (rys. X.1). Gęstość i ciśnienie też są funkcjami x i t.



Rys. X.1. Mechanizm powstawania fali dźwiękowej (podłużnej) w długiej rurze.

Ciśnienie i koncentrację w punkcie x w chwili t oznaczymy odpowiednio symbolami P(x, t) i n(x, t). Wartości tych wielkości odpowiadające stanowi równowagi oznaczymy literami P i n (bez argumentów). Weźmy pod uwagę substancję zawartą w warstwie o małej grubości dx (rys.X.1). Jej przyspieszenie jest równe:

$$a = \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} \quad . \tag{X.2}$$

Masa tej substancji wynosi:

$$M = m \cdot c \cdot dx \cdot S \tag{X.3}$$

gdzie: m - masa pojedynczej cząstki,

 $\rho = m \cdot c$ – masę właściwą,

c – koncentracja cząsteczek gazu (tzn ilość cząsteczek w 1 m³),

S – przekrój poprzeczny rury.

Na rozważaną porcję substancji działają siły ciśnienia przyłożone w punktach o współrzędnych x i x+dx (rys. X.1). Wypadkowa sił ciśnienia wynosi:

$$F = -[P(x+dx,t) - P(x,t)] \cdot S = -\frac{\partial P(x,t)}{\partial x} \cdot dx \cdot S$$
(X.4)

Na podstawie drugiej zasady Newtona możemy napisać:

$$M \cdot a = F \tag{X.5}$$

$$\rho \cdot S \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 \zeta(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial P(x,t)}{\partial x} \cdot dx \cdot S \tag{X.6}$$

a po podzieleniu przez $dx \cdot S$ otrzymamy:

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 \zeta(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial P(x,t)}{\partial x}$$
(X.7)

Powyższe równanie opisuje ruch uporządkowany ośrodka wypełniającego rurę.

Trzeba zwrócić uwagę na następujące fakty:

- rozchodzenie się dźwięku jest procesem adiabatycznym, gdyż sprężanie i rozprężanie gazu następuje bardzo powoli (nie ma czasu na wymianę ciepła z otoczeniem).
- amplituda drgań dźwiękowych jest mała.

Adiabatyczność procesu rozchodzenia się dźwięku wynika z samej istoty fali dźwiękowej. Fale dźwiękowe powodują bowiem powstawanie w ośrodku niejednorodności temperatury w skali odległości rzędu długości fali λ . Załóżmy, że dźwięk rozchodzi się w ośrodku gazowym. Czas zaniku niejednorodności temperatury o rozmiarach rzędu λ wynosi

$$\tau_T = \frac{\lambda^2}{\gamma} = \frac{\lambda^2}{v_T \lambda_s} \tag{X.8}$$

gdzie: y-współczynnik przewodzenia temperatury w gazie,

- v_T termiczna prędkość ruchu cząstek gazu,
- λ_s średnia drogę swobodną tych cząstek.

Charakterystycznym czasem procesu falowego jest jego okres $T = \frac{\lambda}{v}$, gdzie v oznacza prędkość dźwięku. Jak wynika z doświadczenia v i v_T są wielkościami tego samego rzędu. W przypadku fal dźwiękowych $\lambda >> \lambda_s$ dlatego z dokładnością do rzędu wielkości spełniony jest poniższy warunek:

$$\frac{T}{\tau_T} = \frac{\lambda_s}{\lambda} << 1 \tag{X.9}$$

Jak wynika z powyższej nierówności, fala dźwiękowa tak szybko przebywa odległości porównywalne z rozmiarami wywołanych przez siebie niejednorodności, że w tym czasie nie dochodzi do wymiany ciepła między różnymi obszarami ośrodka. Prędkość dźwięku w ośrodku gazowym lub ciekłym jest określona wyrażeniem

$$u = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{ad}} \tag{X.10}$$

Wzór ten pokazuje, że prędkość dźwięku w gazie lub w cieczy zależy tylko od właściwości ośrodka w stanie równowagi cieplnej. Wyznaczmy teraz prędkość dźwięku w gazie rozrzedzonym. Posłużmy się opisującym przemianę adiabatyczną równaniem Poissona:

$$P \cdot V^{\chi} = const \tag{X.11}$$

gdzie \mathcal{X} jest współczynnikiem adiabaty.

Wstawiając
$$V = \frac{M}{\rho}$$
 otrzymujemy $\frac{P \cdot M^{\chi}}{\rho^{\chi}} = const$ (X.12)

Ponieważ masa gazu jest wielkością stałą zależność (X.12) można zapisać w postaci:

$$P = const \cdot \rho^{\chi} \tag{X.13}$$

różniczkując:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{ad} = const \cdot \chi \cdot \rho^{\chi - 1} = \frac{\chi}{\rho} \cdot const \cdot \rho^{\chi} = \frac{\chi \cdot P}{\rho}$$
(X.14)

Biorąc pod uwagę równanie stanu gazu doskonałego: $P = c \cdot k \cdot T$ możemy napisać:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{ad} = \frac{\chi \, ckT}{\rho} = \frac{\chi \, kT}{m} \tag{X.15}$$

a podstawiając uzyskany wynik do wzoru (X.10) otrzymujemy ostatecznie:

$$u = \sqrt{\frac{\chi kT}{m}}$$
(X.16)