



# Kurs przygotowawczy z fizyki

Zbigniew Raszewski, Jarosław Rutkowski, Jerzy Zieliński

Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa 2021

# Spis treści

## 1. Wstęp

- 1.1. Jednostki układu SI
- 1.2. Układy odniesienia
- 1.3. Wektory i skalary

## 2. Kinematyka punktu materialnego

- 2.1. Ruch prostoliniowy jednostajny
- 2.2. Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny
- 2.3. Ruch jednostajny po okręgu

## 3. Dynamika

- 3.1. Zasady dynamiki Newtona
- 3.2. Dynamika ruchu punktu materialnego po okręgu
- 3.3. Układy inercjalne i nieinercjalne
- 3.4. Środek masy układu ciał
- 3.5. Siły wewnętrzne i zewnętrzne w układzie ciał
- 3.6. Zasada zachowania pędu

## 4. Praca i energia

- 4.1. Praca siły
- 4.2. Moc
- 4.3. Energia kinetyczna
- 4.4. Energia potencjalna
- 4.5. Zasada zachowania energii

## 5. Pole grawitacyjne

- 5.1. Prawo powszechnego ciężenia
- 5.2. Natężenie pola grawitacyjnego
- 5.3. Rzuty
- 5.4. Potencjał grawitacyjny

## 6. Ruch obrotowy

- 6.1. Ruch obrotowy jednostajny
- 6.2. Ruch obrotowy jednostajnie zmienny
- 6.3. Moment bezwładności ciała
- 6.4. Zasady dynamiki dla ruchu obrotowego

## 7. Ruch drgający i falowy

- 7.1. Ruch harmoniczny
- 7.2. Drgania wymuszone
- 7.3. Fale
- 7.4. Interferencja fal

## 8. Elektrostatyka

- 8.1. Ładunki elektryczne
- 8.2. Prawo Coulomba
- 8.3. Natężenie pola elektrycznego
- 8.4. Potencjał elektryczny

## 9. Prąd elektryczny

- 9.1. Natężenie prądu. Prawo Ohma
- 9.2. Prawa Kirchhoffa

## 10. Elektromagnetyzm i indukcja elektromagnetyczna

- 10.1. Indukcja magnetyczna
- 10.2. Siła elektrodynamiczna
- 10.3. Siła elektromotoryczna indukcji

## 11. Optyka

- 11.1. Prawo odbicia i załamania
- 11.2. Zwierciadła i soczewki
- 11.3. Dyfrakcja i interferencja światła

A Newton's cradle with five silver spheres. The leftmost sphere is in motion, having just struck the others or about to. The other four spheres are at rest. The background is a gradient from dark grey to light grey.

# 1. Wstęp

---

- 1.1. Jednostki układu SI
- 1.2. Układy odniesienia
- 1.3. Wektory i skalary

Szanowni Państwo.

Zespół Instytutu Fizyki Technicznej zaprasza do zapoznania się z niniejszym kursem przygotowującym z fizyki. Kurs ma na celu przypomnienie podstawowych praw i zależności fizycznych niezbędnych do zrozumienia wykładów prowadzonych na uczelni.

Fizyka jest jedną z nauk przyrodniczych. Grecki wyraz „physis” oznacza przyrodę i w pierwotnym znaczeniu przez fizykę rozumiano w ogóle naukę o przyrodzie. Następnie oddzielono od niej niektóre działy, które stworzyły wyodrębnione nauki, np. chemię, oraz te, które są wynikiem specjalnych badań lub badań specjalnych obiektów, np. astronomię, geologię itp. W obecnym znaczeniu fizyka jest nauką o ogólnych prawach przyrody nieożywionej i jej zjawiskach, przy czym cechami odróżniającymi ją od innych gałęzi przyrodoznawstwa są bardziej metody badania niż sam przedmiot badania.

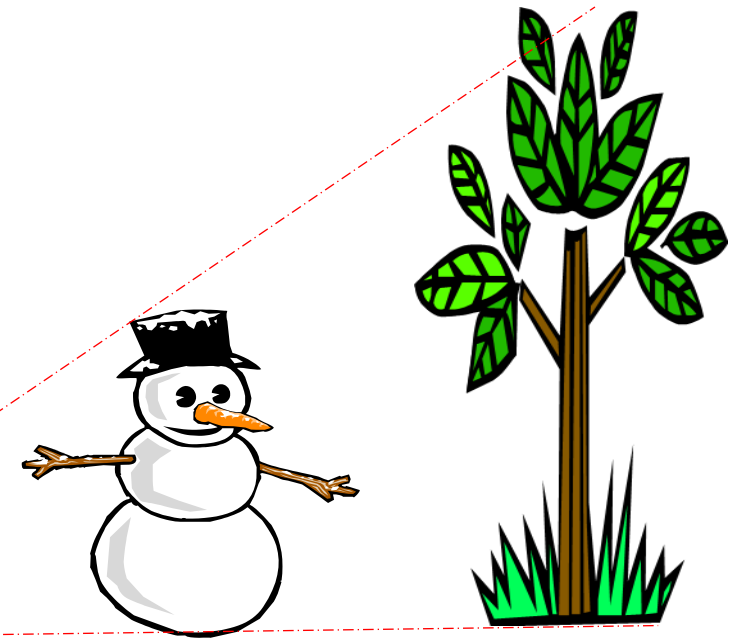
### **W skrócie możemy powiedzieć, że istotą fizyki jest:**

- poszukiwanie i poznawanie podstawowych praw przyrody;
- ścisły jej związek z techniką;
- fizyka jest nauką ścisłą – matematyczny opis praw fizycznych;
- fizyka opiera się na pomiarach.

### **Czym jest pomiar:**

Jest to procedura umożliwiająca przypisanie wartości liczbowej danej wielkości fizycznej. Polega on na porównaniu wielkości mierzonej z pewną wielkością standardową.

**Obecnie obowiązuje jednolity system jednostek układu SI**



## 1.1. Jednostki układu SI

L.p.	Wielkość	Symbol wielkości	Jednostka	Symbol jednostki	Jednostki te są zdefiniowane w oparciu o uznane stałe fizyczne	
					Symbol	Wartość
1.	Długość	l, b, h, r, d, s	metr	m		
2.	Masa	m, M	kilogram	kg	$\Delta\nu_{Cs}$	9 192 631 770 s <sup>-1</sup>
3.	Czas	t, T	sekunda	s	c	299 792 458 m s <sup>-1</sup>
4.	Natężenie prądu elektrycznego	I	amper	A	h	6,626 070 15×10 <sup>-34</sup> J s (J s = kg m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )
5.	Temperatura	T, θ	kelwin	K	e	1,602 176 634×10 <sup>-19</sup> C (C = A s)
6.	Liczność (ilość) materii	n, ν	mol	mol	k	1,380 649×10 <sup>-23</sup> J K <sup>-1</sup> (J K <sup>-1</sup> = kg m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> K <sup>-1</sup> )
7.	Światłość	I, J	kandela	Cd	N <sub>A</sub>	6,022 140 76×10 <sup>23</sup> mol <sup>-1</sup>
8.	Kąt płaski (α=l/r)	α, β, χ	radian	rad	K <sub>cd</sub>	683 lm W <sup>-1</sup> (dla monochromatycznego promieniowania o częstotliwości 540×10 <sup>12</sup> Hz)
9.	Kąt bryłowy (Ω=S/r <sup>2</sup> )	Ω	steradian	Sr	gdzie: Δν <sub>Cs</sub> – częstotliwość drgań <sup>133</sup> Cs; c- prędkość światła w próżni; h – stała Plancka; e – ładunek elektronu; k – stała Boltzmana; N <sub>A</sub> – stała Avogadra; K <sub>cd</sub> – stała światłości promieniowania monochromatycznego.	
l -długość, b -szerokość, h -wysokość, r -promień, d -średnica, s -droga						

## Jednostki główne i wtórne

Jednostki miar dzielimy ponadto na jednostki główne i wtórne. W danym układzie jednostek miar jednostkami głównymi są jednostki podstawowe tego układu oraz te z jednostek pochodnych, które wynikają bezpośrednio z równań definicyjnych.

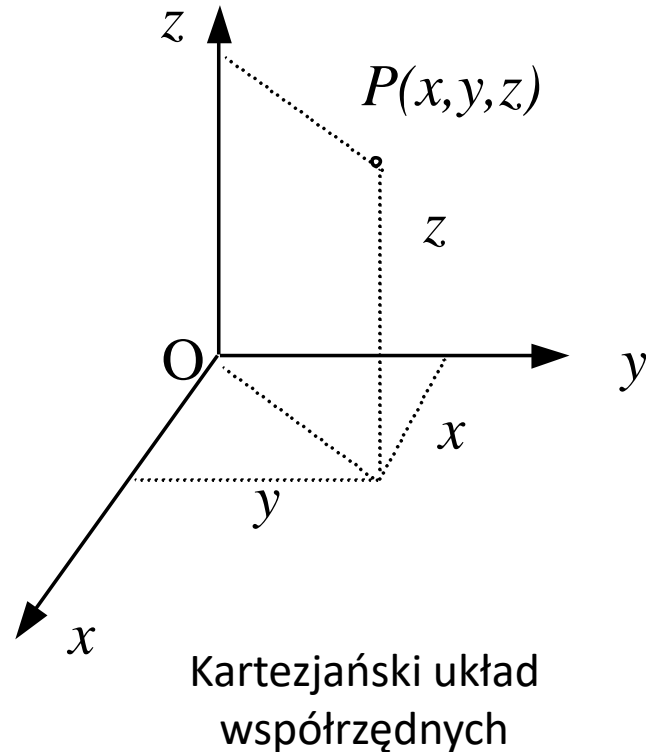
W układzie SI **jednostkami głównymi** są np. jednostki: długości - m, masy - kg, czasu - s, prędkości - m/s, powierzchni - m<sup>2</sup>, siły - N (niuton) = kg·m/s<sup>2</sup> itp.

**Jednostkami wtórnymi** nazywamy jednostki, stanowiące dowolne wielokrotności jednostek głównych np. 1 km = 1000 m, 1 mm = 0,001 m, 1 min = 60 s itp.

W tabeli obok podano nazwy i oznaczenia przedrostków wielokrotności i podwielokrotności jednostek głównych.

Przedrostek	Oznaczenie	Wielokrotność lub podwielokrotność
tera	T	10 <sup>12</sup>
giga	G	10 <sup>9</sup>
mega	M	10 <sup>6</sup>
kilo	k	10 <sup>3</sup>
hekto	h	10 <sup>2</sup>
deka	da	10 <sup>1</sup>
decy	d	10 <sup>-1</sup>
centy	c	10 <sup>-2</sup>
mili	m	10 <sup>-3</sup>
mikro	μ	10 <sup>-6</sup>
nano	n	10 <sup>-9</sup>
piko	p	10 <sup>-12</sup>
femto	f	10 <sup>-15</sup>
atto	a	10 <sup>-18</sup>

## 1.2. Układy odniesienia



### Układ kartezjański:

- Układ odniesienia to punkt lub układ punktów w przestrzeni, względem którego określa się położenie lub zmianę położenia (ruch) danego ciała;
- najbardziej popularnym i najczęściej stosowanym jest **kartezjański układ odniesienia** – układ współrzędnych prostokątnych;
- punkt zwany początkiem układu współrzędnych, którego wszystkie współrzędne są równe zeru, oznaczany literą O lub cyfrą 0, a osie literami  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ;
- kartezjański układ współrzędnych w przestrzeni trójwymiarowej może być lewo- lub prawoskrętny;
- układ nazywamy prawoskrętnym jeżeli obracając prawą dłoń tak że palce zakreślają łuk od osi  $Ox$  do  $Oy$  to kciuk wskazuje kierunek osi  $Oz$  (tzw. reguła prawej dłoni);
- położenie cząstki określamy przez podanie współrzędnych cząstki  $(x, y, z)$ .

## Układ sferyczny

W **układzie sferycznym** położenie cząstki określamy przez podanie:

- odległości od środka układu  $r$
- kąta azymutalnego  $\varphi$  w płaszczyźnie  $xy$
- kąta biegunowego  $\theta$  jaki tworzy wektor  $r$  dodatnią półosią  $Oz$

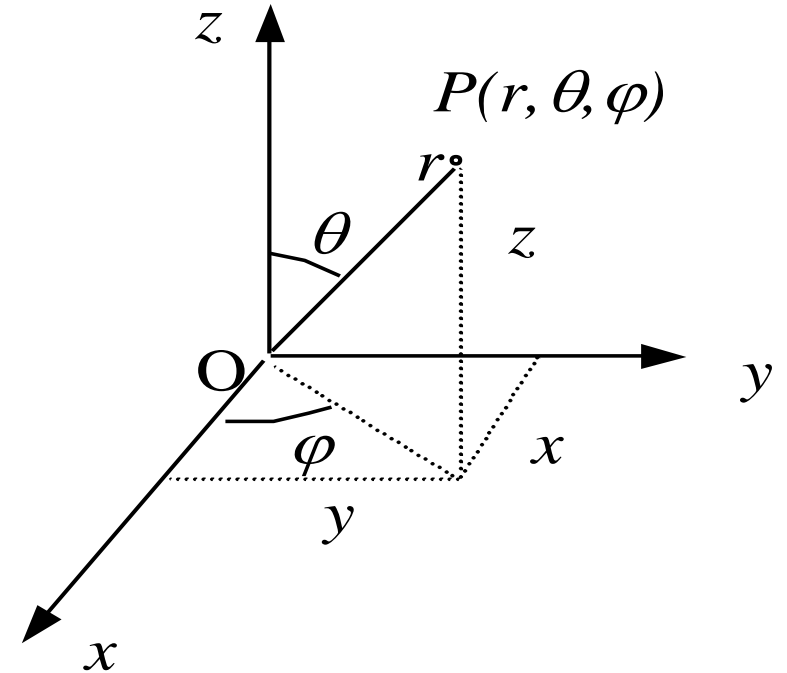
$$P(r, \varphi, \theta)$$

Związek pomiędzy współrzędnymi układu kartezjańskiego i sferycznego jest następujący:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi; \quad y = r \sin \theta \sin \varphi; \quad z = r \cos \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \quad \theta = \arctg \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}; \quad \varphi = \arctg \frac{y}{x}$$

Do analizy / obliczeń wybieramy układ w którym obliczenia będą najprostsze.



Sferyczny układ  
współrzędnych



## 1.3. Wektory i skalary

Wielkości fizyczne dzielimy na:

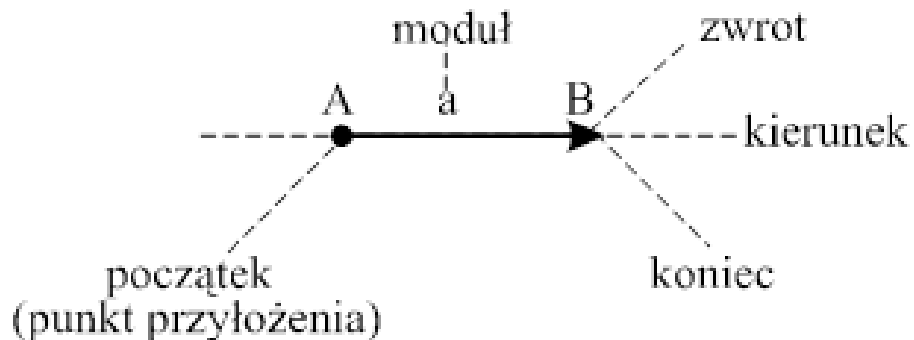
- wielkości kierunkowe (wektorowe), zwane w skrócie wektorami,
- wielkości bezkierunkowe, zwane skalarami.

**Skalar** - wielkość fizyczna całkowicie określona przez podanie jedynie jej wartości (wymiaru, jednostek)  
[np. temperatura - K, °C; długość - m, cm; masa - g, kg; ...]

**Wektor** - wielkość zorientowana w przestrzeni wymagająca dla jej określenia podania zarówno wartości (wymiaru) oraz kierunku i zwrotu (siła, przemieszczenie, prędkość,...)

Podczas opisywania wielkości wektorowych musimy podać ich bezwzględną wartość liczbową, zwaną też modułem, kierunek, zwrot i punkt przyłożenia. Innymi słowy, wielkość wektorową można przedstawić geometrycznie jako odcinek skierowany, tj. odcinek leżący na określonej prostej, mający określony początek i koniec (a więc określony zwrot), jak również określoną długość wyrażającą w pewnej skali bezwzględną wartość danego wektora (moduł).

Przykładowymi wielkościami wektorowymi są: siła, prędkość, przyspieszenie itp.



Wielkość wektorową oznaczamy symbolem strzałki

$$\vec{a}, \overrightarrow{AB}$$

lub piszemy pogrubioną czcionką

$$\mathbf{a}, \mathbf{AB}$$

## Działania na wektorach

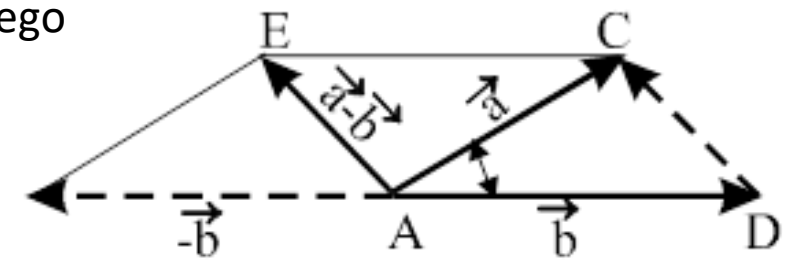
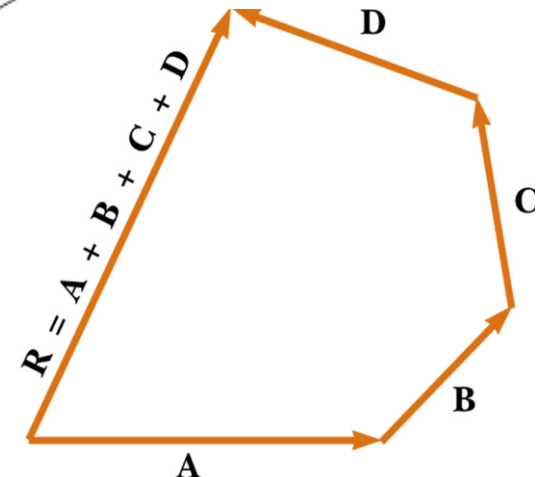
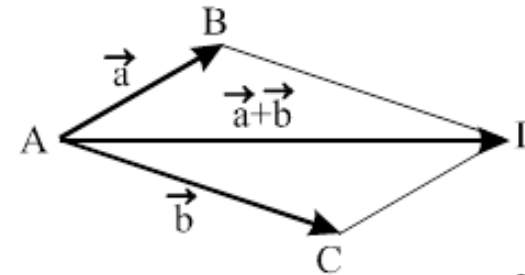
Na **skalarach** możemy wykonywać wszystkie działania matematyczne z jedną uwagą – musimy pamiętać o jednostkach opisujących daną wielkość. Nie możemy dodawać metrów do centymetrów, litrów do kilogramów, itp.

Na **wektorach** możemy wykonywać następujące działania:

- dodawanie, odejmowanie graficzne;
- dodawanie odejmowanie algebraiczne (składowych);
- mnożenie wektora przez skalar;
- mnożenie wektorów.

### Graficzne dodawanie /odejmowanie wektorów:

- wybrać skalę;
- narysować pierwszy wektor o właściwej dla skali długości w kierunku jego działania w danym układzie współrzędnych i z właściwym zwrotem;
- narysować kolejny wektor o właściwej dla skali długości w kierunku jego działania w danym układzie współrzędnych i z właściwym zwrotem, którego początek będzie znajdował się na końcu strzałki wektora pierwszego;
- **suma** to będzie wektor łączący początek pierwszego z końcem ostatniego dodawanego wektora;
- **odejmowanie** to jest dodawanie wektora z przeciwnym zwrotem.



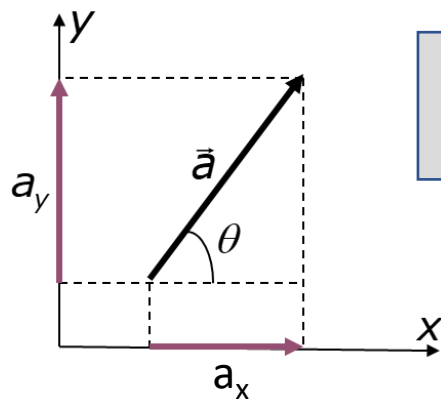
## Algebraiczne dodawanie wektorów

Wektory przedstawiamy za pomocą strzałki, której długość jest proporcjonalna do wartości wektora, strzałka leży na kierunku działania wielkości fizycznej reprezentowanej przez wektor, zaś ostrze strzałki wskazuje zwrot wektora.

**Składową wektora** nazywamy jego rzut na wybraną oś np. x, y, z prostokątnego układu współrzędnych.

Wektor leżący na płaszczyźnie jest jednoznacznie określony przez:

- wielkości  $a$  i  $\theta$ , lub
- składowe  $a_x$  i  $a_y$



$$\begin{aligned} a_x &= a \cos \theta \\ a_y &= a \sin \theta \end{aligned}$$

Moduł = długość wektora

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a_y}{a_x}$$

**Wektorem jednostkowym** nazywamy wektor o długości równej 1, skierowany w określonym kierunku.

W przypadku prawoskrętnego układu współrzędnych wektory jednostkowe dodatnich kierunków osi x, y i z oznaczmy przez  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$ .

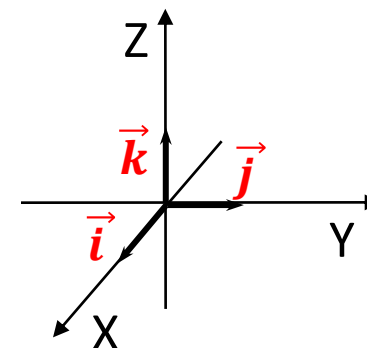
Jeśli mamy dwa wektory  $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$  i  $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$  to wektor  $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$  który jest ich sumą

ma współrzędne  $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$  z których każda jest sumą odpowiednich współrzędnych wektorów sumowanych:

$$r_x = a_x + b_x$$

$$r_y = a_y + b_y$$

$$r_z = a_z + b_z$$



**Iloczyn wektora przez skalar** – iloczynem wektor przez skalar jest wektor o współrzędnych, które są iloczynami odpowiedniej współrzędnej razy skalar  $n \cdot \vec{a} = (n \cdot a_x, n \cdot a_y, n \cdot a_z)$

Możliwe są jeszcze nie omawiane w szkole średniej operacje iloczynu skalarnego i iloczynu wektorowego dwóch wektorów.

**Iloczyn skalarny** – jest wielkością skalarną równą iloczynowi modułu jednego wektora i składowej drugiego wektora w kierunku pierwszego z nich.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a b \cos \phi$$

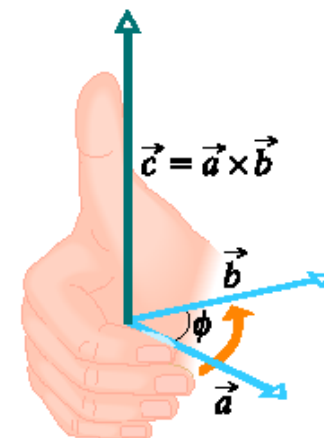
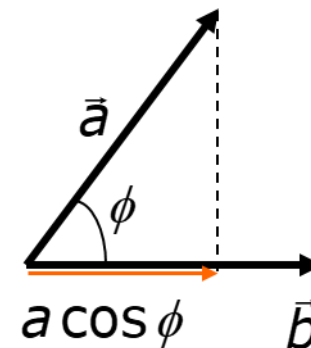
Jeśli znamy współrzędne obu wektorów to iloczyn skalarny równy jest sumie iloczynów odpowiednich składowych

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

**Iloczyn wektorowy** –  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$  jest to wektor  $\vec{c}$  prostopadły do płaszczyzny w której leżą wektory  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  o zwrocie wyznaczonym przez regułę prawej dłoni i długości równej

$$|c| = |a| \cdot |b| \cdot \sin \phi$$

gdzie  $\phi$  to kąt pomiędzy wektorami  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ .



### Przykład 1.1

Dane są dwa wektory  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$ ;  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ . Oblicz:

1. Moduł (długość) każdego z wektorów:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{50} \quad \text{liczymy pierwiastek z sumy kwadratów współrzędnych}$$

$$b = |\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 6^2} = \sqrt{41}$$

2. Sumę i różnicę wektorów:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{i}(3 - 1) + \vec{j}(4 + 2) + \vec{k}(-5 + 6) = [2, 6, 1] \quad \text{wektor, którego współrzędne są sumą składowych,}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{i}(3 - (-1)) + \vec{j}(4 - 2) + \vec{k}(-5 - 6) = [4, 2, -11] \quad \text{wektor, którego współrzędne są różnicą składowych.}$$

3. Iloczyn skalarny:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 + (-5) \cdot 6 = -3 + 8 - 30 = -25 \quad \text{skalar równy sumie iloczynów składowych.}$$

4. Cosinus kąta  $\alpha$  zawartego między wektorami:

obliczyliśmy iloczyn skalarny  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -25$  ale wiemy, że z definicji  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\alpha$

zatem wykorzystując już obliczone wielkości możemy zapisać  $\cos\alpha = \frac{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}} = \frac{-25}{\sqrt{50} \cdot \sqrt{41}} = 0,55.$