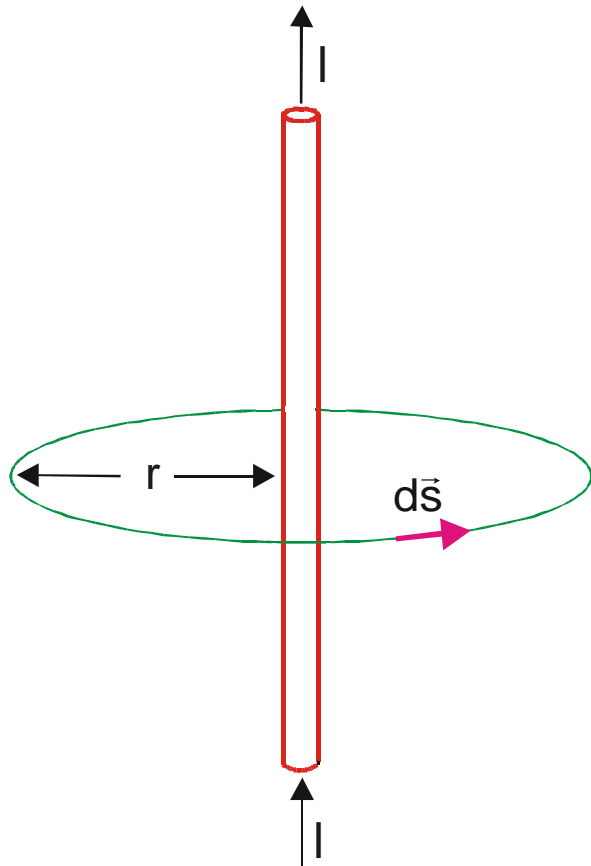


POLE MAGNETYCZNE

Prawo Ampera

Kierunek wektora \dot{B} – reguła prawej ręki.

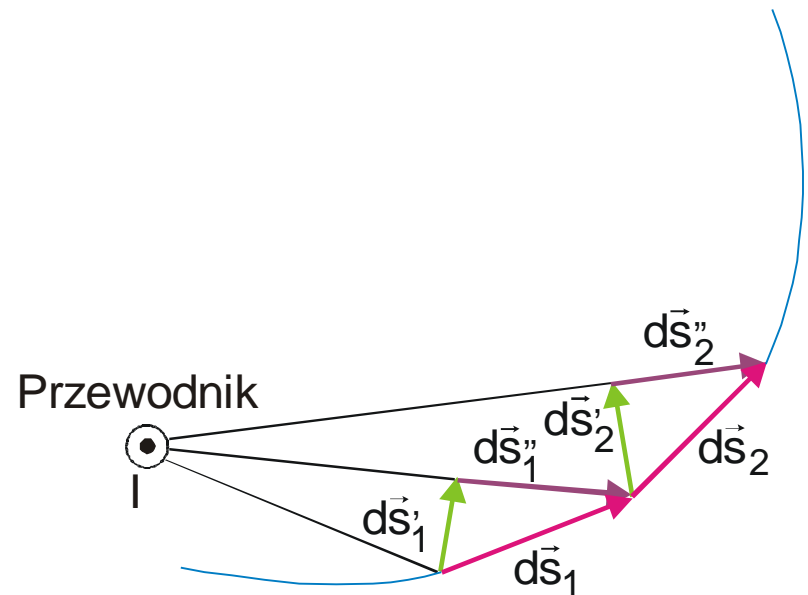


Rys. 6.1. Całkę krzywoliniową oblicza się po zaznaczonym okręgu o promieniu r . Zaznaczono element konturu całkowania $d\vec{s}$.

Cyrkulacją wektora \dot{B} po okręgu

$$\oint \dot{B} \cdot d\vec{s} = B \oint d\vec{s} = \frac{2I}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} 2\pi r = m_0 I$$

Można wykazać, że związek ten jest słuszny dla konturu dowolnego kształtu obejmującego przewodnik.



Rys. 6.2. Dowolny kontur wokół przewodnika z prądem skierowanym zza płaszczyzny rysunku.

Widzimy, że

$$\dot{\mathbf{B}}_1 \cdot d\mathbf{s}_1 = \dot{\mathbf{B}}_1 \cdot (d\mathbf{s}'_1 + d\mathbf{s}''_1) = \dot{\mathbf{B}}_1 \cdot d\mathbf{s}'_1$$

Podobnie

$$\dot{\mathbf{B}}_1 \cdot d\mathbf{s}_1 + \dot{\mathbf{B}}_2 \cdot d\mathbf{s}_2 = \dot{\mathbf{B}}_1 \cdot d\mathbf{s}'_1 + \dot{\mathbf{B}}_2 \cdot d\mathbf{s}'_2$$

Ponieważ dla wszystkich łuków okręgów tworzących jednakowe kąty, wartości $\dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{s}$ są jednakowe, to

$$\oint_{\text{po konturze}} \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{s} = \oint_{\text{po okręgu}} \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{s} = m_o l$$

Jeżeli dowolny kontur obejmuje n przewodników

$$\oint (\dot{\mathbf{B}}_1 + \dot{\mathbf{B}}_2 + \dots + \dot{\mathbf{B}}_n) \cdot d\mathbf{s} = m_o (l_1 + l_2 + \dots + l_n)$$

Stąd

$$\oint_C \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{s} = m_o I_c \tag{6.1}$$

Prawo Ampera: *cyrkulacja wektora indukcji magnetycznej jest równa sumie algebraicznej natężeń prądów płynących wewnątrz konturu całkowania pomnożonych przez przenikalność magnetyczną ośrodka.*

W ogólnym przypadku przenikalność magnetyczna ośrodka

$$m = m_0 m_r \quad (6.2)$$

gdzie m_r jest względną przenikalnością magnetyczną.

W przypadku prądu niejednorodnego, prawo Ampera zapisujemy w postaci

$$\oint_C \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{S}^{\mathbf{r}} = m_0 \int_S \dot{\mathbf{j}} \cdot d\mathbf{S} \quad (6.3)$$

gdzie powierzchnia S jest rozpięta na konturze C .

Pole elektrostatyczne jest zachowawcze co oznacza, że

$$\oint_C \dot{\mathbf{E}} \cdot d\mathbf{S}^{\mathbf{r}} = 0$$

Pole magnetyczne nie jest polem zachowawczym, ponieważ cyrkulacja wektora $\dot{\mathbf{B}}$ po konturze zamkniętym jest różna od zera. Pole takie nazywamy wirowym.

Strumień magnetyczny

Strumień magnetyczny

$$F_B = \int_S \dot{\vec{B}} \cdot d\dot{\vec{S}} \quad (6.4)$$

Całka powyższa po dowolnej zamkniętej powierzchni jest równa zero (do wnętrza powierzchni wchodzi dokładnie taki sam strumień, jaki z niej wychodzi).

Jeżeli mamy n prądów to wytworzony przez nie strumień jest równy

$$\oint \dot{\vec{B}} \cdot d\dot{\vec{S}} = \oint \dot{\vec{B}}_1 \cdot d\dot{\vec{S}} + \dots + \oint \dot{\vec{B}}_n \cdot d\dot{\vec{S}}$$

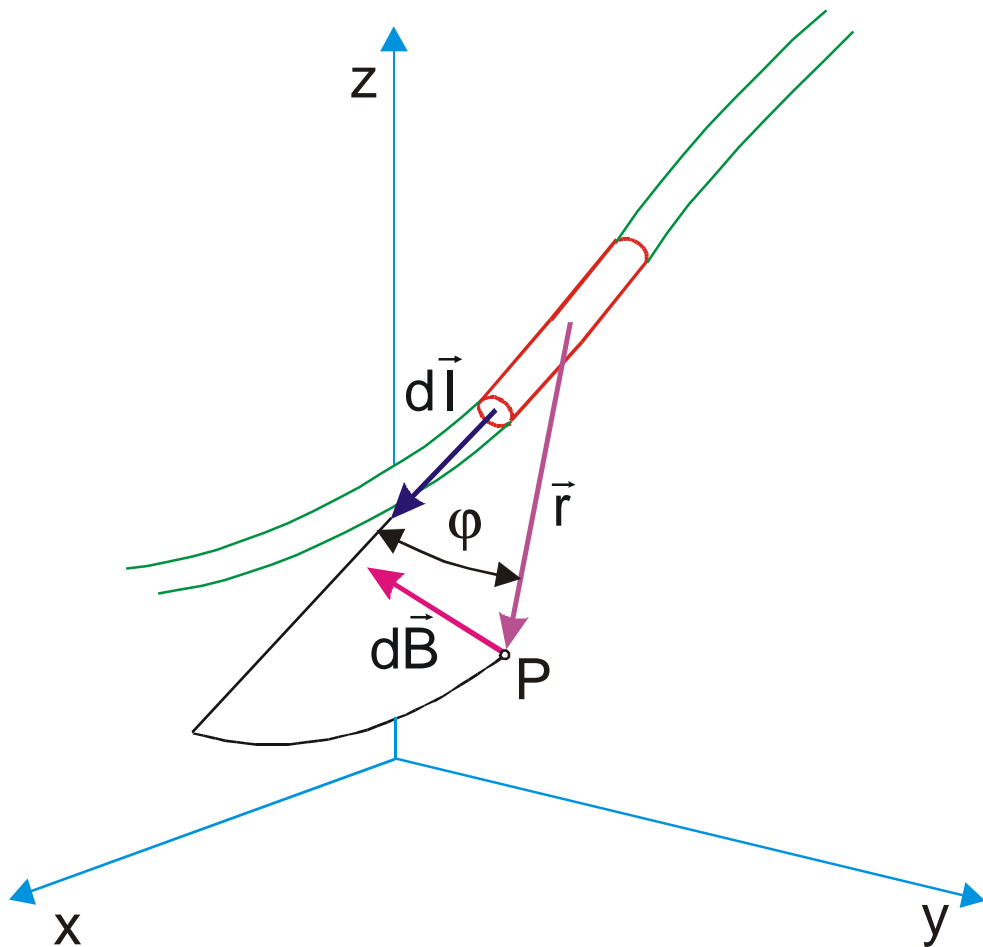
gdzie $\dot{\vec{B}}_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) pole magnetyczne wytworzone przez i -ty prąd. Ponieważ każdy człon prawej części równania jest równy zero, to mamy

$$\oint \dot{\vec{B}} \cdot d\dot{\vec{S}} = 0 \quad (6.5)$$

Twierdzeniem Gaussa: **Strumień magnetyczny przez dowolną zamkniętą powierzchnię równa się zero.**

W przyrodzie nie występują "ładunki" magnetyczne. Oznacza to, że pole magnetyczne jest bezźródłowe. Jednostką strumienia jest weber; $\text{Wb} = \text{Tm}^2$.

Prawo Biota-Savarta-Laplace'a



Rys. 6.3. $d\vec{B}$ jest indukcją pola magnetycznego jakie wytwarza element $d\vec{l}$ przewodnika z prądem w odległości \vec{r} od tego elementu.

Element przewodnika $d\vec{l}$ z prądem I daje przyczynek $d\vec{B}$ do indukcji magnetycznej określony wzorem

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \frac{I}{r^3} d\vec{l} \times \vec{r} \quad (6.6)$$

Natężenie pola magnetycznego \vec{H} związane z indukcją \vec{B} następującą zależnością

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} \quad (6.7)$$

Wzór ten jest słuszny dla przypadku jednorodnego, izotropowego ośrodka dla którego wektor \vec{H} jest równoległy do wektora \vec{B} . Natężenie pola \vec{H} mierzymy w jednostkach A/m.

Ze wzorów (6.6) i (6.7) wynika, że

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^3} d\vec{l} \times \vec{r} \quad (6.8)$$

Odpowiednikiem wektora pola elektrycznego $\dot{\mathbf{E}}$ jest wektor indukcji magnetycznej $\dot{\mathbf{B}}$ ponieważ zarówno wielkość $\dot{\mathbf{E}}$ jak i wielkość $\dot{\mathbf{B}}$ określają dynamiczne oddziaływania tych pól i zależą od właściwości ośrodka, w którym wytwarzane są pola. Z kolei odpowiednikiem wektora indukcji elektrycznej $\dot{\mathbf{D}}$ jest natężenie pola magnetycznego $\dot{\mathbf{H}}$.

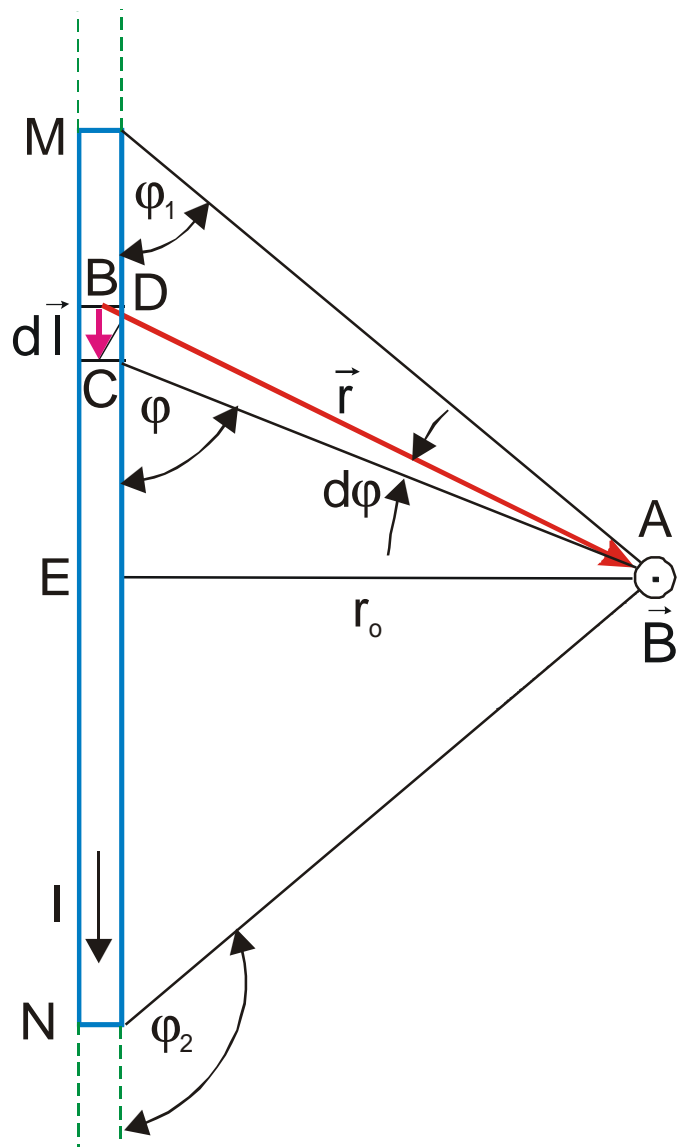
Zgodnie z zasadą superpozycji, **indukcja magnetyczna $\dot{\mathbf{B}}$ w dowolnym punkcie pola magnetycznego przewodnika przez który płynie prąd I równa się sumie wektorowej indukcji $D\dot{\mathbf{B}}_i$ elementarnych pól magnetycznych wytwarzanych przez poszczególne odcinki Dl_i tego przewodnika**

$$\dot{\mathbf{B}} = \sum_{i=1}^n D\dot{\mathbf{B}}_i \quad (6.9)$$

gdzie n oznacza ogólną liczbę odcinków, na jakie podzielony został przewodnik. W granicy, gdy n dąży do nieskończoności

$$\dot{\mathbf{B}} = \int_l d\dot{\mathbf{B}} \quad (6.10)$$

Prostoliniowy przewodnik z prądem



Rys. 6.4. Pole magnetyczne prostoliniowego przewodnika z prądem.

Prawo Biota-Savarta-Laplace'a w postaci skalarnej ma postać

$$dB = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \frac{Idl \sin f}{r^2} \quad (6.11)$$

gdzie f oznacza kąt zawarty między wektorami $d\vec{l}$ i \vec{r} .

Wektor \vec{B} jest równy bezwzględnej algebraicznej sumie modułów wektorów $d\vec{B}$

$$B = \int \frac{\mu_0 \mu_r Idl \sin f}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 \mu_r I}{4\pi} \int \frac{dl \sin f}{r^2} \quad (6.12)$$

Jak wynika z rys. 6.4

$$r = \frac{r_0}{\sin f} \quad \text{oraz} \quad dl = \frac{CD}{\sin f}$$

Tymczasem $CD = r df$, a stąd

$$dl = \frac{r df}{\sin f} = \frac{r_0 df}{\sin^2 f}$$

Podstawiając wyrażenie na r i dl do (6.12) uzyskamy

$$B = \frac{m_o m_r}{4p r_o} l \int_{f_1}^{f_2} \sin f df = \frac{m_o m_r l}{4p r_o} (\cos f_1 - \cos f_2) \quad (6.13)$$

gdzie j_1 i j_2 oznaczają wartości kąta j dla skrajnych punktów M i N przewodnika.

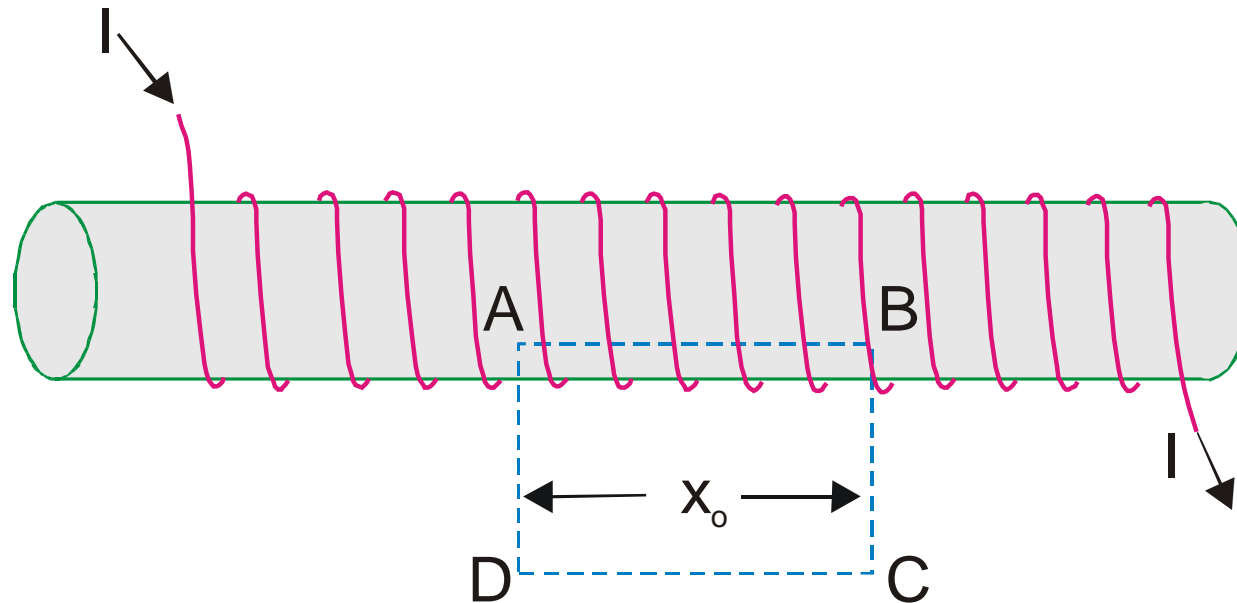
Jeżeli przewodnik jest nieskończenie długi, wówczas $j_1 = 0$ i $j_2 = \pi$ co prowadzi do wyniku

$$B = \frac{m_o m_r}{4p r_o} \frac{2l}{r_o}$$

Potwierdziliśmy więc uprzednio uzyskane wyrażenie (5.24).



Solenoid



Rys. 6.5. Solenoid. Prostokąt zaznaczony linią przerywaną jest konturem całkowania w prawie Ampera.

Jeżeli zwoje solenoidu są rozmieszczone dostatecznie blisko siebie, wówczas solenoid można rozpatrywać jako układ połączonych szeregowo prądów kołowych o jednakowym promieniu, mających wspólną oś. Niech n oznacza ilość zwojów na jednostkę długości. Skorzystamy z prawa Ampera dla prostokątnego konturu ABCD

$$\int_{ABCD} \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{s} = m_o m_r I_{cal}$$

W naszym przypadku $I_{cal} = nx_0 I$, gdzie I jest natężeniem prądu płynącego przez solenoid. W związku tym możemy dalej napisać

$$\dot{B}_{wew} \int_{AB} d\vec{s} + \int_{BC} \dot{B} \cdot d\vec{s} + \dot{B}_{zew} \int_{CD} d\vec{s} + \int_{DA} \dot{B} \cdot d\vec{s} = m_o m_r n x_o l$$

W wyrażeniu tym:

- pierwsza całka jest równa Bx_o ,
- druga i czwarta całka są zerowe,
- wartość trzeciej całki równa się zeru.

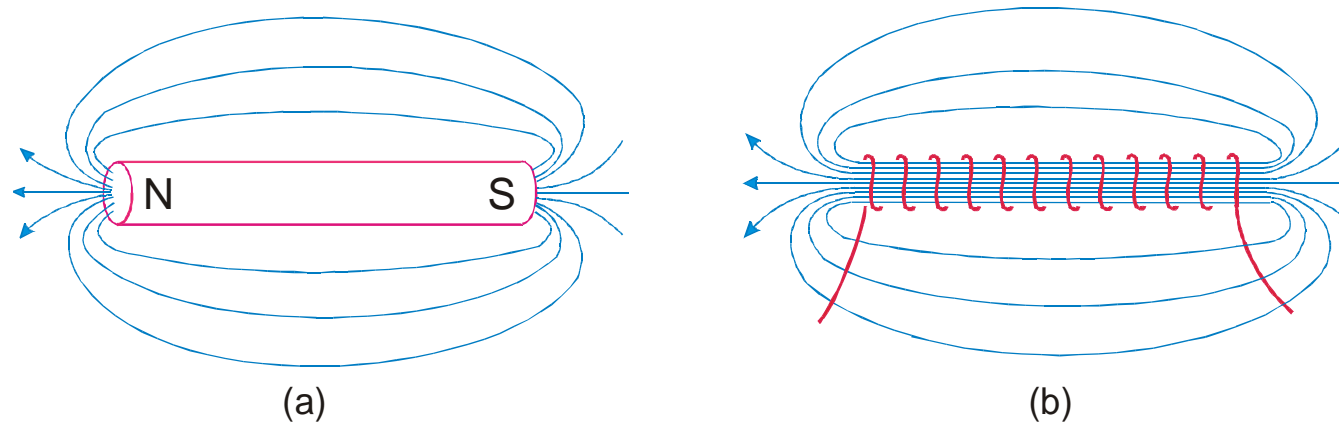
Tak więc

$$Bx_o = m_o m_r n x_o l$$

czyli

$$B = m_o m_r n l \quad (6.14)$$

Kształt linii sił pola magnetycznego solenoidu jest podobny do linii sił pola wokół magnesu stałego o podobnym kształcie (rys. 6.6).



Rys. 6.6. Linie sił pola magnetycznego magnesu stałego (a) i solenoidu (b) o podobnym kształcie.

Oddziaływanie przewodników z prądem

W oparciu o wzór

$$\dot{\mathbf{F}}_{mag} = q\dot{\mathbf{v}} \times \dot{\mathbf{B}}$$

obliczymy siłę która działa na element przewodnika $d\dot{\mathbf{l}}$.

Na ładunek dq poruszający się z prędkością $\dot{\mathbf{v}}$ działa siła

$$d\dot{\mathbf{F}} = dq\dot{\mathbf{v}} \times \dot{\mathbf{B}} = dq \frac{d\dot{\mathbf{l}}}{dt} \times \dot{\mathbf{B}} = \frac{dq}{dt} d\dot{\mathbf{l}} \times \dot{\mathbf{B}}$$

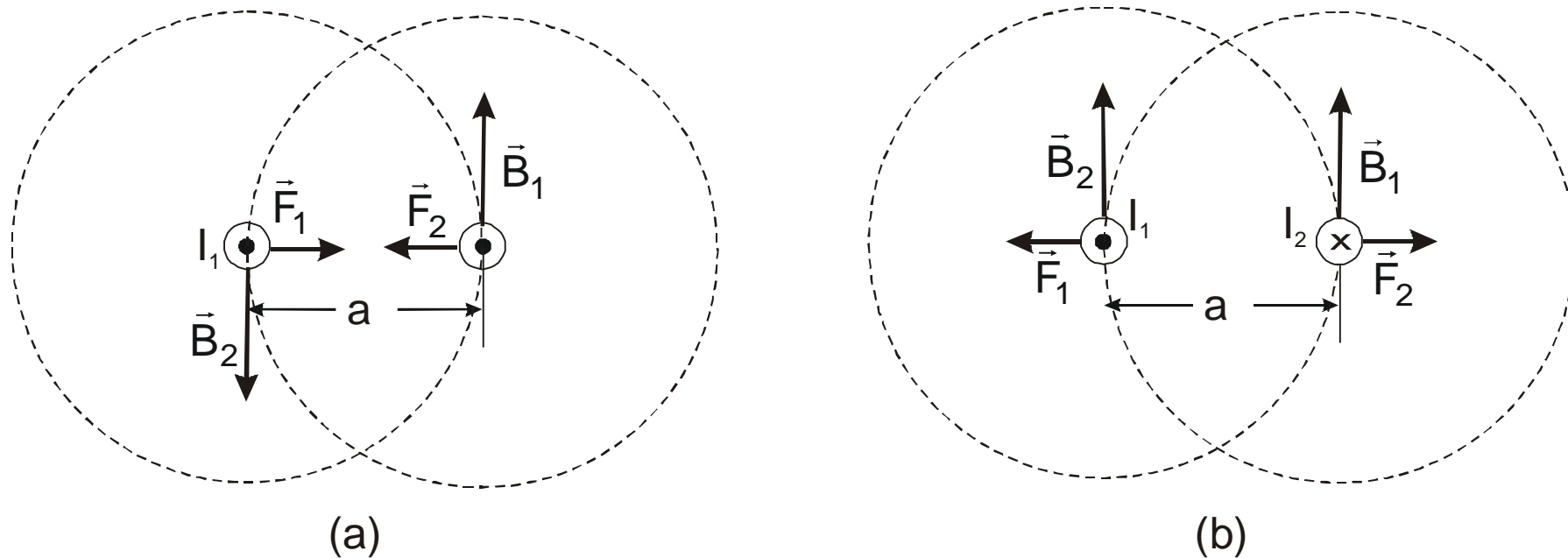
czyli

$$d\dot{\mathbf{F}} = I d\dot{\mathbf{l}} \times \dot{\mathbf{B}} \tag{6.16}$$

Jest to wzór Ampera na siłę elektrodynamiczną. Aby policzyć siłę działającą na cały przewodnik z prądem, należy podzielić go na elementy o długości $d\dot{\mathbf{l}}$ i zsumować wektorowo przyczynki dla każdego elementu.

W elektrostatyce mamy do czynienia z siłami centralnymi. Tymczasem siła oddziaływania elektromagnetycznego skierowana jest prostopadle do linii sił pola magnetycznego.

Oddziaływanie wzajemne równoległych prądów można wytłumaczyć uwzględniając fakt, że każdy z przewodników wytwarza pole magnetyczne, oddziałujące na drugi przewodnik z prądem.



Rys. 6.8. Oddziaływanie między dwoma równoległymi przewodnikami z prądem.

Przewodnik 1 wytwarza pole B_1 w odległości a od siebie

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \frac{2I_1}{a}$$

Pod wpływem tego pola na przewodnik 2 działa siła dF_2

$$dF_2 = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{a} dl$$

gdzie dl jest elementem drugiego przewodnika.

W sposób analogiczny można pokazać, że

$$dF_1 = \frac{m_o m_r}{4p} \frac{2l_1 l_2}{a} dl$$

Można zatem napisać

$$dF_1 = dF_2 = dF$$

Siła \vec{F} działająca na odcinku przewodnika o skończonej długości l wynosi

$$F = \frac{m_o m_r}{4p} \frac{2l_1 l_2}{a} l,$$

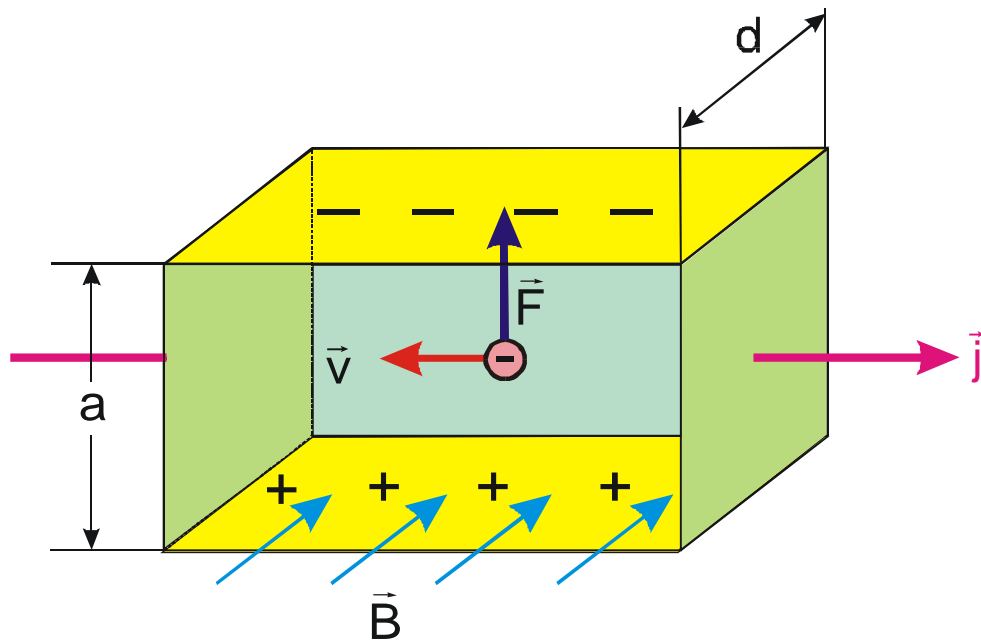
a z ostatniego wyrażenia mamy siłę działającą na jednostkę długości każdego z przewodników

$$\frac{F}{l} = \frac{m_o m_r}{4p} \frac{2l_1 l_2}{a} \tag{6.17}$$

Amper jest natężeniem prądu, który płynąc w dwóch równoległych, prostoliniowych, nieskończenie długich przewodnikach o przekroju okrągłym, znikomo małym; umieszczonych w odległości 1m jeden od drugiego, wywołałby między tymi przewodnikami siłę oddziaływania $2 \cdot 10^{-7}$ N na każdy metr długości.

Efekt Halla

Zjawisko Halla polega na powstaniu w metalu lub półprzewodniku, pola elektrycznego skierowanego prostopadle do wektora magnetycznego \vec{B} i wektora gęstości prądu \vec{j} płynącego w próbce. Zjawisko to zostało odkryte przez amerykańskiego fizyka Halla w 1879 r.



Rys. 6.9. Efekt Halla

Pomiędzy dolną i górną powierzchnią powstaje dodatkowe, poprzeczne pole elektryczne skierowane z dołu do góry. Kiedy natężenie \vec{E}_B tego poprzecznego pola elektrycznego osiągnie wielkość równoważącą działanie siły Lorentza, to ustali się stacjonarny rozkład ładunków w kierunku poprzecznym. Wówczas:

$$eE_B = e \frac{DV}{a} = evB$$

czyli

$$DV = vBa$$

gdzie a jest szerokością płytki, a DV – poprzeczną hallowską różnicą potencjałów. Uwzględniając, że natężenie prądu

$$I = jS = nevS,$$

otrzymujemy


$$DV = \frac{I}{nead} Ba = \frac{1}{en} \frac{IB}{d} = R_H \frac{IB}{d} \quad (6.18)$$

We wzorze tym

$$R_H = \frac{1}{en}$$

nazwana jest stałą Halla.

Pomiar efektu Halla jest efektywną metodą badania typu i koncentracji nośników w metalach i półprzewodnikach.



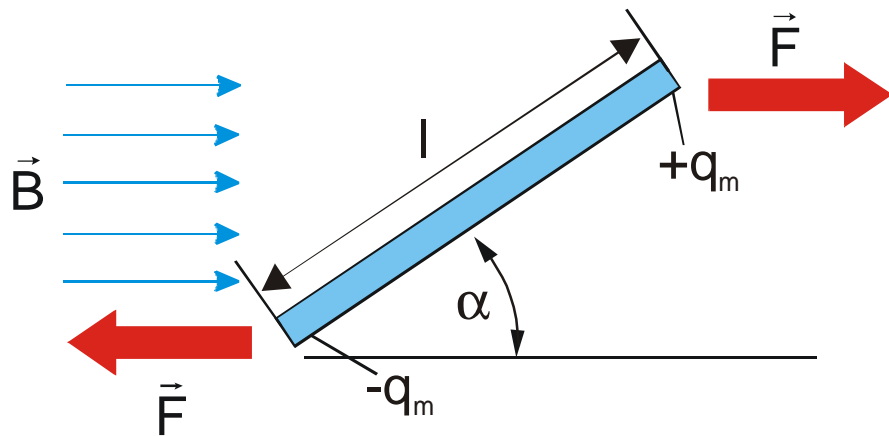
Magnetyzm

Zachowanie magnesu można opisać zakładając, że na jednym końcu znajduje się ładunek magnetyczny q_m , a na drugim końcu – ładunek magnetyczny $-q_m$. Gdyby istniał ładunek magnetyczny, to w polu magnetycznym działałaby na niego siła

$$\vec{F} = q_m \cdot \vec{B}$$

analogiczna do siły działającej na ładunek elektryczny w polu elektrycznym.

Chociaż w przyrodzie ładunki magnetyczne nie istnieją, pojęcie to wprowadza się ze względu na wygodny matematyczny sposób opisanie właściwości magnesów.



Rys. 6.10. Magnes o długości l położony pod kątem α do linii sił pola magnetycznego \vec{B} .

Moment sił działających na magnes wynosi

$$T = Fl \sin \alpha$$

czyli

$$T = q_m B l \sin \alpha \quad (6.19)$$

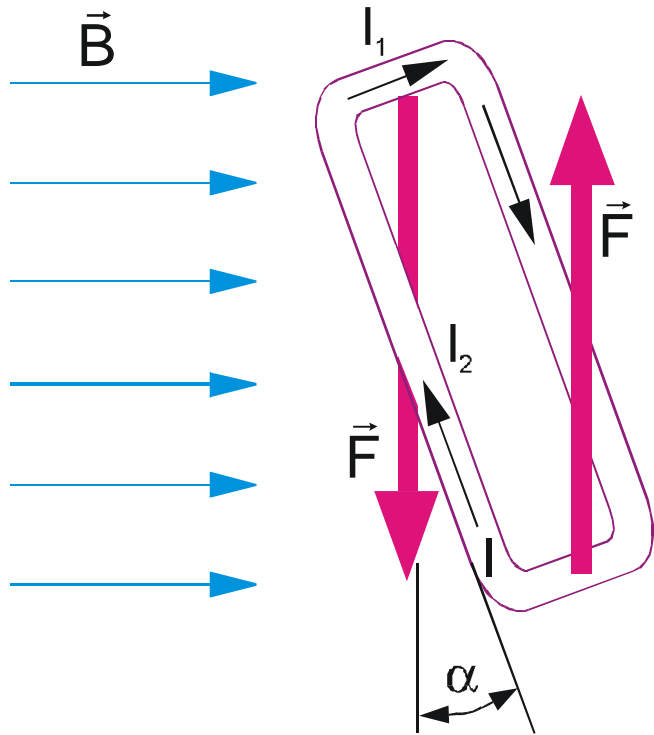
Iloczyn $q_m l = m$ określa się jako moment magnetyczny. Wobec tego

$$T = m B \sin \alpha$$

a w zapisie wektorowym

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (6.20)$$

W analogiczny sposób zachowuje się pętla z prądem (rys. 6.11).



Rys. 6.11 Prostokątna ramka o powierzchni $l_1 l_2$ w jednorodnym polu magnetycznym.

Obliczmy iloczyn wektorowy $\vec{l} \times \vec{B}$ dla każdego z czterech boków ramki. Siły magnetyczne przyłożone do dwóch przeciwległych boków o długości l_1 tworzą moment obrotowy

$$T = Fl_2 \sin \alpha$$

Ponieważ

$$F = Il_1 B,$$

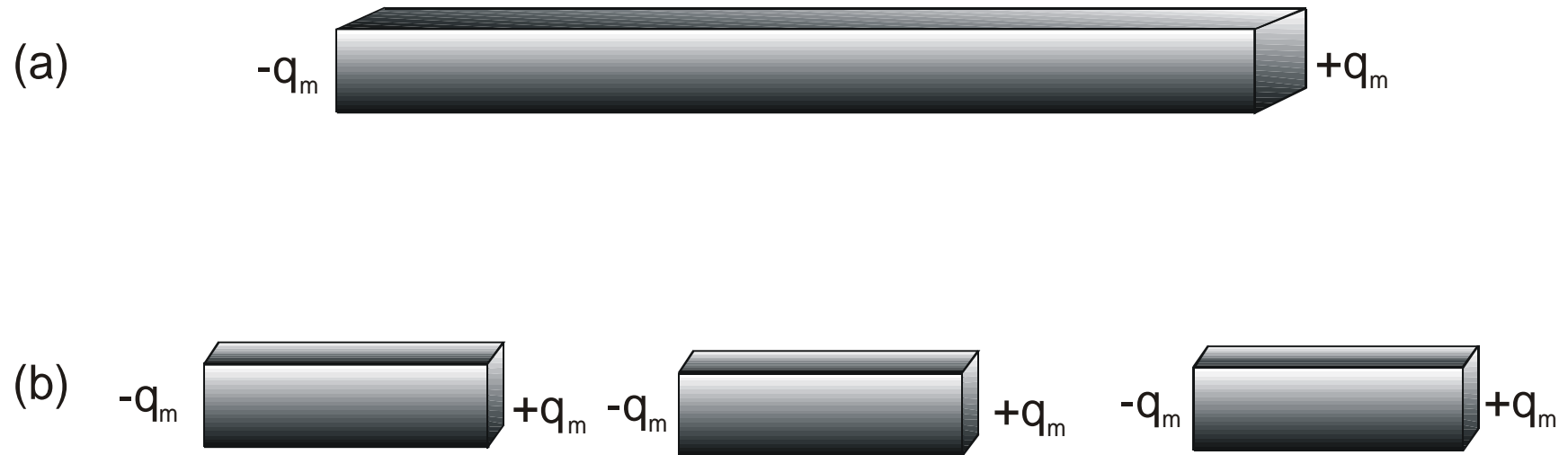
stąd

$$T = (Il_1 B)(l_2 \sin \alpha) = Il_1 l_2 B \sin \alpha = ISB \sin \alpha \quad (6.21)$$

Siły przyłożone do dwóch stron ramki o długości l_2 wzajemnie kompensują się.

Wynika z tego, że pętla z prądem wytwarza pole magnetyczne identycznie jak magnes. Przyrównując prawe strony wyrażień (6.19) i (6.21) znajdziemy moment magnetyczny pętli z prądem

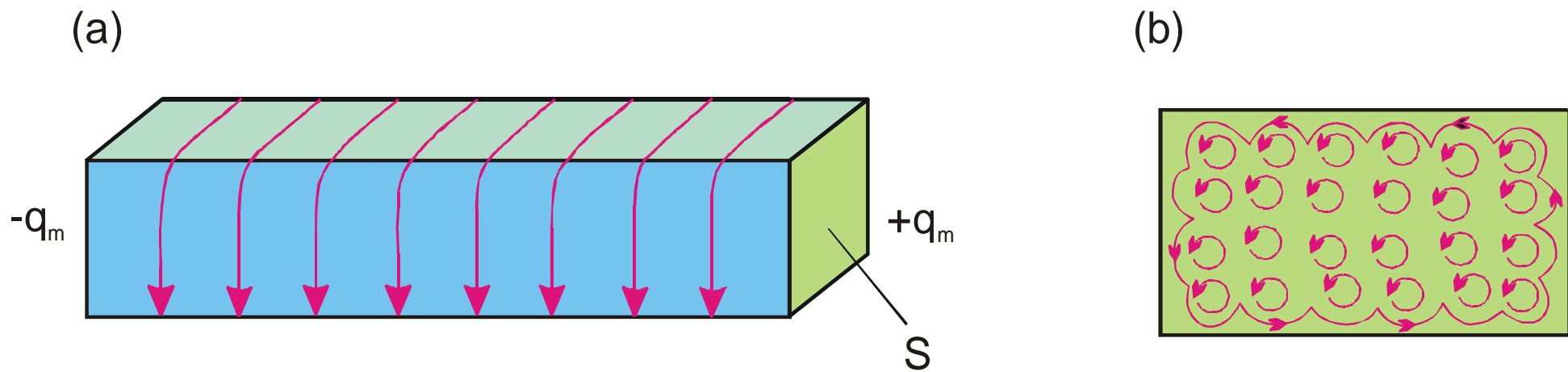
$$m = IS \quad (6.22)$$



Rys. 6.12. (a) Magnes. (b) Magnes podzielony na trzy części.

- Do chwili odkrycia elektronu i prądu elektronowego w metalach zachowanie magnesów w polach magnetycznych wyjaśniano na podstawie hipotezy o ładunkach magnetycznych.
- Do chwili obecnej nie udało się odkryć w przyrodzie izolowanego bieguna magnetycznego.
- Właściwości magnesów można wyjaśnić zamkniętymi, wewnątrzatomowymi prądami. Hipotezę tę wysunął Amper.
- Obecnie wiemy, że te mikroprądy są spowodowane orbitalnym i spinowym ruchem elektronów.

Dowolny magnes stanowi jak gdyby solenoid, po powierzchni którego cyrkuluje prąd Ampera.



Rys. 6.13. (a) Magnes po którego powierzchni cyrkulują prądy Ampera. (b) Widok magnesu w przekroju – pokazano prądy atomowe, wypadkowy prąd zaznaczono grubą linią.

Obliczmy wielkość tego prądu dla magnesu o ładunku magnetycznym q_m .

Na każdy zwoj solenoidu działa moment sił

$$T_1 = ISB \sin a .$$

Na solenoid zawierający N zwojów będzie działał moment sił

$$T = NISB \sin \alpha$$

Porównując te wyrażenia z (6.19) mamy

$$q_m BI \sin a = NISB \sin a$$

czyli

$$q_m = \frac{N}{I} IS = n_l IS \tag{6.23}$$

gdzie n_l ma sens fizyczny prądu powierzchniowego. Wzór (6.23) potwierdza fakt, że **solenoid o prądzie powierzchniowym n_l zachowuje się podobnie jak magnes o ładunku $q_m = n_l/S$.**

Wprowadziliśmy uprzednio dwie wielkości charakteryzujące pole magnetyczne $\dot{\mathbf{B}}, \dot{\mathbf{H}}$ związane relacją

$$\mathbf{r} \dot{\mathbf{H}} = \frac{\dot{\mathbf{B}}}{m_0 m_r} \quad (6.7)$$

Pola magnetyczne wytworzone przez prądy płynące w przewodnikach określają natężenie pola magnetycznego $\dot{\mathbf{H}}$. Tylko ta wielkość jest niezmiennicza przy otaczaniu przewodów z prądem kolejno różnymi ośrodkami.

Jeżeli obszar w którym istnieje pole magnetyczne, wypełnia jakaś substancja, to okazuje się, że wartość sił działających na przewodnik z prądem, a więc i indukcja magnetyczna, zależą od rodzaju substancji. W celu wyjaśnienia tego faktu należy przyjąć, że ośrodek (substancja) "magnesuują się" w pewien sposób.

Podobnie jak w dielektrykach, tak **w magnetykach istnieją, lub też powstają pod wpływem pola magnetycznego, momenty magnetyczne (dipole magnetyczne)**. Po przyłożeniu zewnętrznego pola magnetycznego dipole te porządkują się w pewien sposób i ciało jako całość stanowi pewien dipol magnetyczny. Ale dipol wytwarza pole własne, które może dodawać się lub odejmować od pola zewnętrznego. Dlatego wypadkowe pola w ośrodkach będą na ogół różne od pola w próżni.

Wielkością charakteryzującą pole magnetyczne związane jedynie z magnetycznymi właściwościami ośrodka jest magnetyzacja. Jest to wielkość wektorowa zdefiniowana jako moment magnetyczny jednostki objętości.

$$\mathbf{J} = \frac{1}{V} \sum \mathbf{r} \rho_m \quad (6.24)$$

a więc iloraz wypadkowego momentu magnetycznego dowolnej objętości ciała V przez tę objętość.

Wypadkową indukcję w ośrodku tworzą dwie składowe:

- indukcja \mathbf{B}_o związana jedynie z prądem makroskopowym wytwarzającym pole magnetyczne o natężeniu \mathbf{H} (składowa niezależna od ośrodka), i
- indukcja \mathbf{B}_J związana jedynie z prądami magnesującymi, które na ogół (z wyjątkiem magnesów stałych) powstaje pod wpływem zewnętrznego pola \mathbf{H} .

Mamy więc

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_o + \mathbf{B}_J \quad (6.25)$$

a każda ze składowych wiąże się z wielkością bezpośrednio odpowiedzialną za jej powstanie

$$\mathbf{B}_o = m_o \mathbf{H} \quad ; \quad \mathbf{B}_J = m_o \mathbf{J} \quad (6.26)$$

Ponieważ magnetyzacja \dot{J} zależy od natężenia pola magnetycznego

$$\dot{J} = c \dot{H} \quad (6.27)$$

gdzie c jest wielkością bezwymiarową nazwaną podatnością magnetyczną, ze wzorów powyższych otrzymujemy

$$\dot{B} = m_o (1 + c) \dot{H} = m_o m_r \dot{H} \quad (6.28)$$

Względna przenikalność magnetyczna ośrodka m_r określa ile razy pole magnetyczne makroprądów \dot{H} zwiększa się na skutek pola mikroprądów ośrodka.

Indukcja magnetyczna \dot{B} w ośrodku może być co do modułu większa lub mniejsza niż indukcja w próżni, zależnie od tego czy natężenie pola magnetycznego \dot{H} i magnetyzacja \dot{J} mają te same zwroty czy też przeciwne. Z tego powodu wszystkie ciała można zaliczyć do jednej z trzech podstawowych grup: **diamagnetyków, paramagnetyków lub ferromagnetyków.**

Właściwości magnetyczne ciał uwarunkowane są głównie orbitalnym i spinowym momentem magnetycznym elektronów.