

PRĄD ELEKTRYCZNY I SIŁA MAGNETYCZNA

Na ładunek, oprócz siły elektrostatycznej, działa również siła magnetyczna proporcjonalna do prędkości ładunku v . Przekonamy się, że siła działająca na magnes to siła działająca na poruszające się elektrony atomów magnesu. Istnienie siły magnetycznej jest konsekwencją uwzględnienia szczególnej teorii względności w prawie Coulomba.

5.1. Prąd elektryczny

Prąd elektryczny przewodniku – ilość ładunku przepływającego przez dany przekrój w jednostce czasu.

$$I = \frac{Q}{t} \quad (5.1)$$

Jednostką natężenia prądu jest amper $A = C/s$.

Gęstość prądu

$$\vec{j} = r \vec{v} \quad (5.2)$$

Gęstość prądu mierzona jest w C/m^2s czyli A/m^2 .

Prąd

$$I = \vec{j} \cdot \vec{S} \quad (5.3)$$

gdzie \vec{S} jest wektorem normalnym do przekroju o długości równym wartości S .

Jeżeli na przekroju S gęstość prądu \vec{j} zmienia się, to

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (5.4)$$

W nieobecności zewnętrznego pola elektrycznego elektrony przewodnictwa poruszają się chaotycznie i ich średnia prędkość jest zerowa.

Niech n oznacza koncentrację elektronów. Wówczas gęstość ładunku

$$s = ne,$$

a gęstość prądu

$$\vec{j} = ne\vec{v}_d,$$

gdzie v_d jest prędkością dryfu elektronów. W związku z tym zgodnie z (5.3), natężenie prądu

$$I = ne\vec{v}_d \cdot \vec{S} \quad (5.5)$$

Według propozycji Franklina przyjęto, że prąd elektryczny płynący do okładki kondensatora dostarcza jej ładunek dodatni. Wynika z tego, że elektrony przewodnictwa poruszają się w kierunku przeciwnym do kierunku prądu. Przyjmujemy, że strzałka oznaczająca kierunek prądu wskazuje kierunek ruchu ładunków dodatnich.

Typowa prędkość dryfu elektronów przewodnictwa w metalach wynosi 10^4 m/s. Prądy mogą również płynąć w gazach i cieczech.

5.2. Prawo Ohma

Na początku XIX w. G. Ohm zauważył, że prąd w metalach jest proporcjonalny do przyłożonego napięcia pod warunkiem, że temperatura przewodnika jest stała. Określił on rezystancję jako

$$R = \frac{V}{I} \quad (5.6)$$

Prawo Ohma: **stosunek $R = V/I$ nie zależy od natężenia prądu I dla metali przy stałej temperaturze.**

W układzie SI stosunek V/A ma specjalną nazwę ohm (Ω).

Średni czas pomiędzy zderzeniami wynosi

$$Dt = l/u,$$

gdzie l oznacza średnią drogą swobodną, u – średnia prędkość elektronów przewodnictwa.

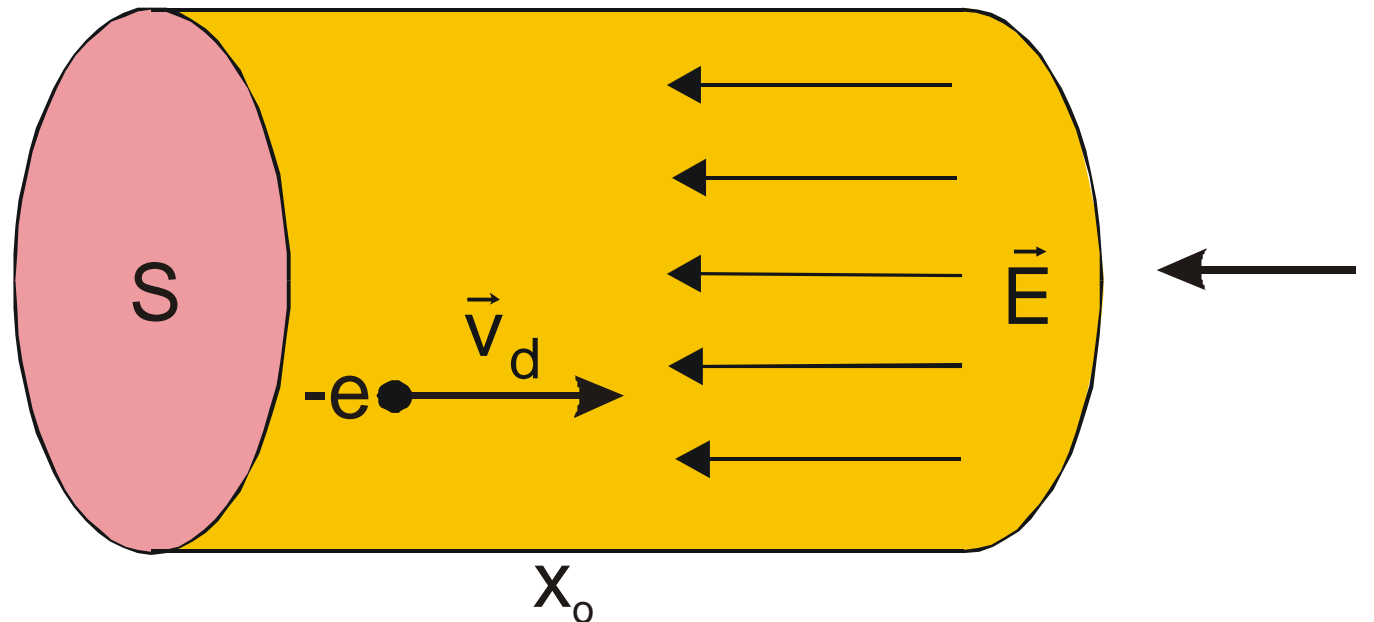
Jeżeli do odcinka przewodnika przyłożyc różnicę potencjałów, to na każdy elektron przewodnictwa będzie działać siła eE . Pod wpływem tej siły w czasie Dt , każdy elektron przewodnictwa przyjmuje prędkość $v_d = Du$

$$m \frac{Du}{Dt} = eE \quad \text{a stąd} \quad Du = v_d = \frac{eEDt}{m}$$

Zmieniając Dt na średni czas l/u i uśredniając po czasie, otrzymujemy:

$$\langle v_d \rangle = \frac{eIE}{2mu} \quad (5.7)$$

Kierunek prędkości dryfu wszystkich elektronów jest jednakowy (zgodny z $-\dot{E}$) i dlatego powstaje prąd wypadkowy, przy czym $v_d \ll u$.



Rys. 5.1 Odcinek przewodnika o długości x_0 .

Podstawiając do wzoru (5.5) wyrażenie na $\langle v_d \rangle$, otrzymamy

$$I = \frac{ne^2 l S}{2m\mu} E.$$

Podstawiając w miejsce E wielkość V / x_0 , mamy

$$I = \frac{ne^2 l S}{2m\mu x_0} V$$

stąd

$$R = \frac{V}{I} = \frac{2m\mu x_0}{ne^2 l S} \quad (5.8)$$

Rezystancja jest wprost proporcjonalna do długości przewodnika i odwrotnie proporcjonalna do powierzchni przekroju poprzecznego.

Wobec tego

$$R = r \frac{x_0}{S} \quad (5.9)$$

gdzie współczynnik proporcjonalności ρ nazywamy rezystywnością. Jednostką rezystywności jest Ω m.

5.3. Ciepło Joule'a

Energia elektronu przewodnictwa w procesie zderzenia z atomem przekształca się w chaotyczny ruch atomów, tzn. w ciepło. Stratę energii ładunku dq na skutek zderzeń przy pokonaniu różnicy potencjałów V , zapiszemy w postaci

$$dE_{cie} = Vdq$$

Dzieląc obie strony wyrażenia przez dt , mamy

$$\frac{dE_{cie}}{dt} = V \frac{dq}{dt} = VI$$

czyli straty mocy elektrycznej wynoszą

$$P = VI = I^2 R = \frac{V^2}{R} \tag{5.10}$$

Wielkość P przedstawia moc elektryczną, która przekształca się w ciepło.

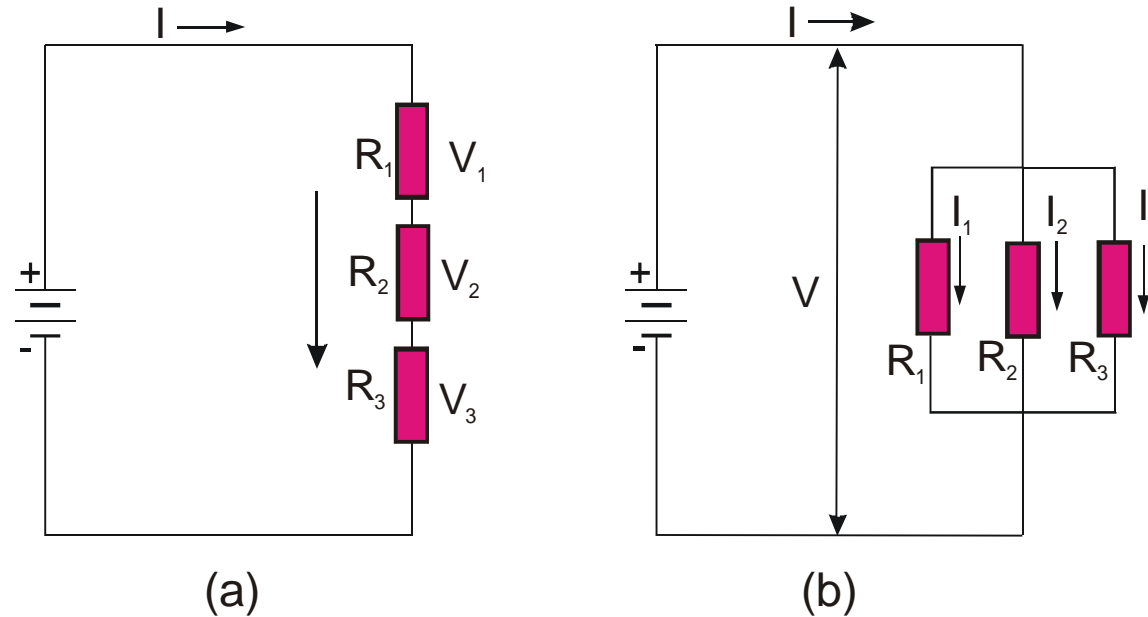
Energia prądu elektrycznego w lampach przekształca się w ciepło i światło.

5.4. Obwody prądu stałego

Do podtrzymania w przewodniku prądu stałego konieczne są źródła energii elektrycznej (źródła *SEM*):

- generatory elektryczne,
- baterie elektryczne,
- baterie słoneczne.

Ładunek Dq przechodząc od ujemnego bieguna baterii do dodatniego przyjmuje energię $DW = EDq$.



Rys. 5.2. Szeregowe (a) i równoległe (b) łączenie rezystorów R_1 , R_2 i R_3 .

Większość obwodów zawiera kombinację szeregowego i równoległego łączenia rezystancji.

Przy łączeniu szeregowym (rys. 5.2a)

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

Z tego otrzymujemy

$$\frac{V}{I} = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} + \frac{V_3}{I}$$

czyli rezystancja całkowita

$$R_c = R_1 + R_2 + R_3 \quad (5.11)$$

Przy równoległym łączeniu (rys. 5.2b) mamy

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

Dzieląc przez V obie strony tego wyrażenia mamy

$$\frac{I}{V} = \frac{I_1}{V} + \frac{I_2}{V} + \frac{I_3}{V}$$

czyli

$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (5.12)$$

Przy równoległym łączeniu rezystancji dodajemy więc odwrotności poszczególnych rezystancji obwodu aby uzyskać odwrotność rezystancji wypadkowej.

5.4.1. Prawa Kirchoffa

Istnieje ogólny sposób obliczania obwodów stosując prawa Kirchoffa.

Prawo dla konturu: ***Suma algebraiczna spadków napięć liczonych wzdłuż zamkniętego konturu jest równa zero.***

Prawo dla węzła: ***Suma algebraiczna wszystkich prądów węzła (wchodzących i wychodzących) jest równa zero.***

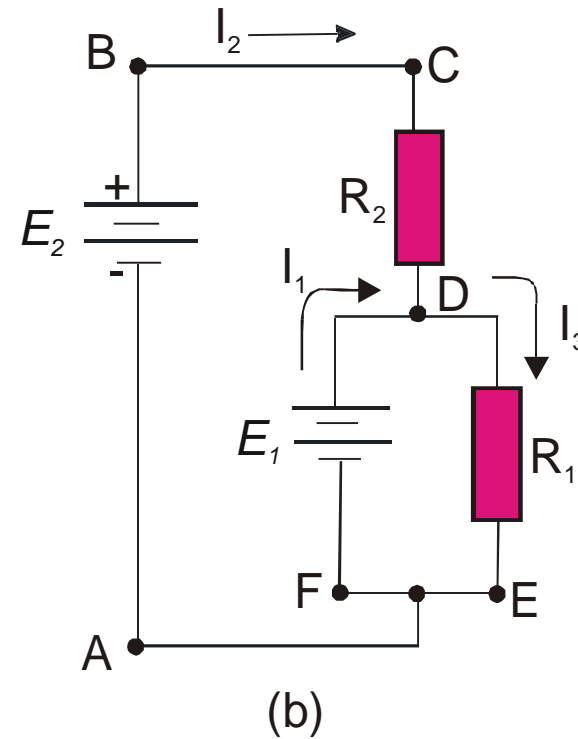
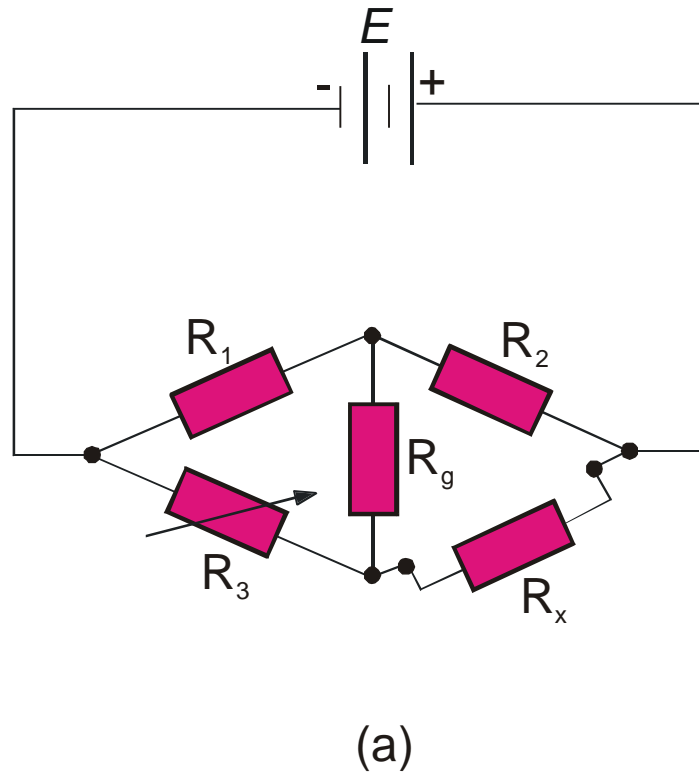
Prawo dla konturu jest wynikiem prawa zachowania energii, natomiast prawo dla węzła – wynikiem prawa zachowania ładunku elektrycznego.

Procedura postępowania:

- każdej części obwodu przypisujemy wartość i kierunek prądu,
- spadek napięcia jest dodatni, jeżeli kierunek obejścia zamkniętego konturu jest zgodny z kierunkiem prądu,
- *SEM* jest dodatnia gdy przechodzimy od "+" do "-".

Jeżeli po rozwiązaniu zadania wartość prądu okaże się ujemna, to oznacza że faktyczny kierunek prądu jest przeciwny do obranego.

Przykład: obwód z rys. 5.3b.



Rys. 5.3. (a) Schemat mostka Wheatstone'a stosowanego do pomiaru R_x , (b) Stabilizator napięcia.

Prawo dla konturu ABCDEA:

$$E_2 - I_2 R_2 - I_3 R_1 = 0$$

i dla konturu EFDE:

$$E_1 - I_3 R_1 = 0$$

Uwzględniając drugie równanie w pierwszym mamy

$$E_2 - E_1 - I_2 R_2 = 0 \quad \text{czyli} \quad I_2 = \frac{E_2 - E_1}{R_2}$$

Prąd I_1 możemy określić stosując prawo dla węzła w punkcie D

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

czyli

$$I_1 = I_3 - I_2 = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2 - E_1}{R_2} = E_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{E_2}{R_2}$$

Zauważmy, że jeżeli

$$E_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{E_2}{R_2},$$

to $I_1 = 0$, co oznacza że z baterii E_1 nie jest pobierany.



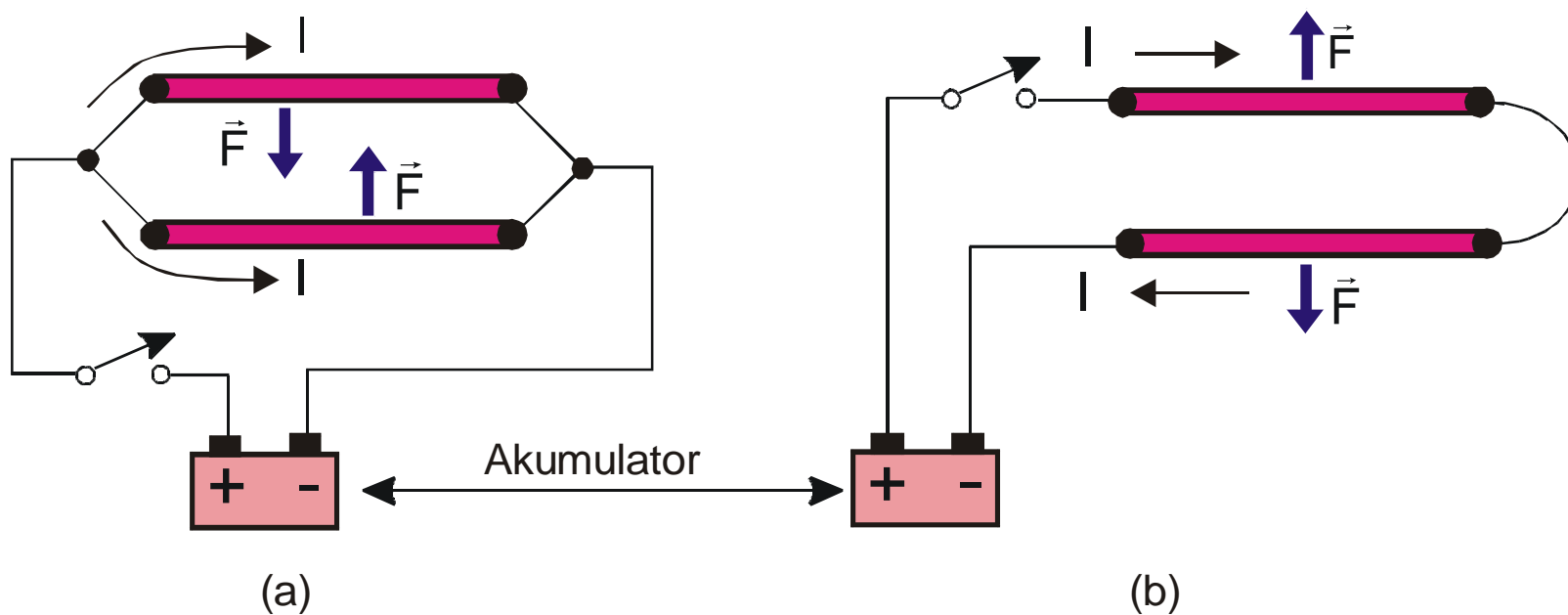
5.5. Siła magnetyczna

Na ładunek działa siła elektryczna $\dot{\vec{F}}_E = q\dot{\vec{E}}$. Jeżeli ładunek porusza się z prędkością v , to działa na niego dodatkowa siła $\dot{\vec{F}}_{mag}$ proporcjonalna do iloczynu qv

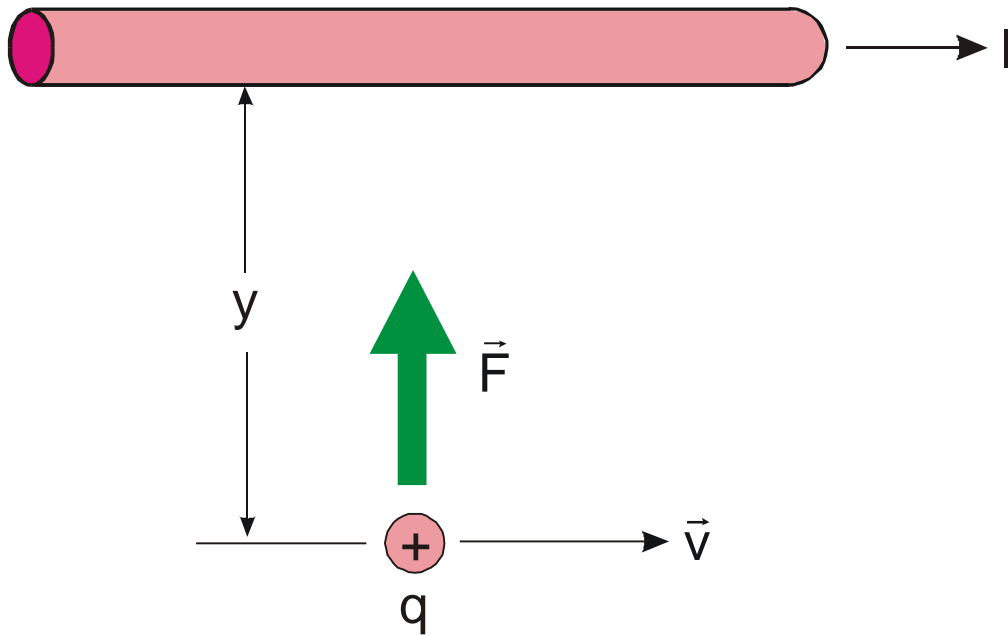
$$\dot{\vec{F}} = q\dot{\vec{E}} + \dot{\vec{F}}_{mag} \quad (5.13)$$

Ponieważ $\dot{\vec{F}}_{mag}$ jest proporcjonalna do qv , można określić taką wielkość wektorową $\dot{\vec{B}}$, aby

$$\dot{\vec{F}}_{mag} = q\dot{\vec{v}} \times \dot{\vec{B}} \quad (5.14)$$



Rys. 5.4. Dwa przewodniki przyciągają się (a) lub odpychają się (b) w zależności od kierunków płynących w nich prądów.



Rys. 5.5. Ładunek punktowy q poruszając się z prędkością \vec{v} równoległe do przewodnika z prądem I , przyciągany jest przez przewodnik.

Z punktu widzenia teorii względności można udowodnić, że na ładunek poruszający się ładunek q działa siła

$$F = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{I}{y} qv$$

Siła ta jest wprost proporcjonalna do wielkości ładunku, jego prędkości i natężenia prądu w przewodniku; zaś odwrotnie proporcjonalna do odległości ładunku od przewodnika.

Wartość tej siły zgodna jest z wynikami eksperymentalnymi

$$F = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{y} qv$$

Współczynnik proporcjonalności wynosi 2×10^{-7} jeżeli wszystkie wielkości wyrażone są w jednostkach układu SI.

5.6. Indukcja magnetyczna

Natężenie pola elektrycznego określamy jako stosunek siły elektrostatycznej do wartości ładunku. Analogicznie określamy pole magnetyczne B , jako stosunek siły magnetycznej do qv

$$B = \frac{F_{mag}}{qv} \quad (5.23)$$

Wielkość B nazywana jest indukcją magnetyczną. Jej jednostka mierzona jest w $N/(Am) = 1 \text{ T}$ (tesla). Z wyrażenia (5.21) otrzymamy

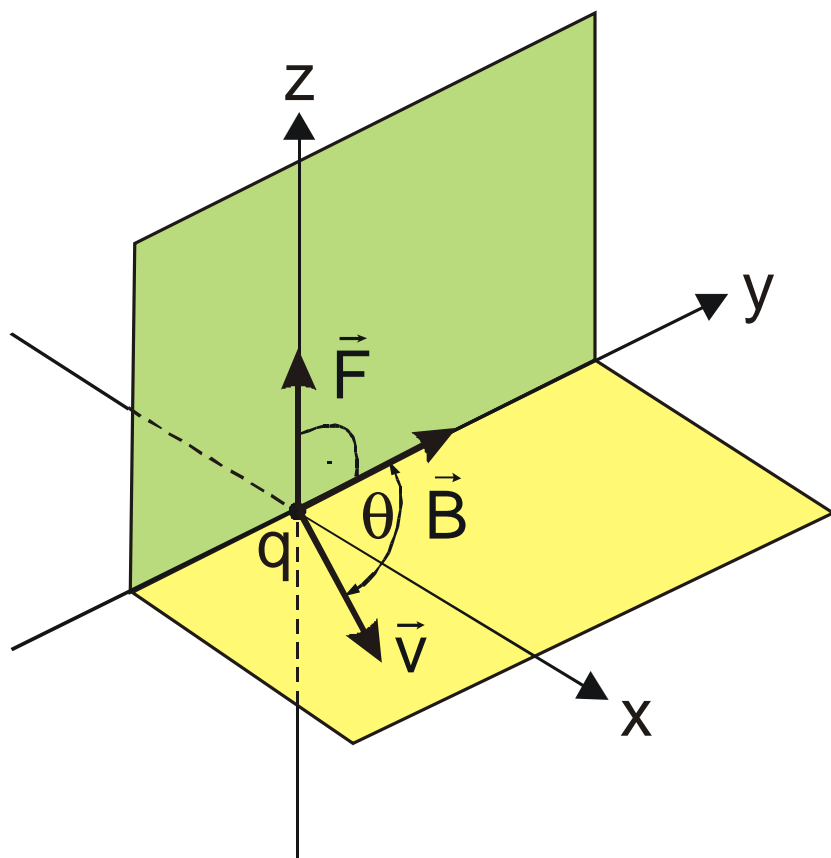
$$B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{2I}{y}$$

Często można spotkać inny zapis

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{y} \quad (5.24)$$

gdzie μ_0 oznacza przenikalność magnetyczną próżni wynoszącą $4\pi \times 10^{-7} \text{ N/m}^2$. Zauważmy, że

$$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \quad (5.25)$$



Rys. 5.8. Siła magnetyczna \vec{F} działająca na ładunek q poruszający się z prędkością \vec{v} w polu magnetycznym \vec{B} jest prostopadła do obu wektorów.

Dotychczas rozważaliśmy tylko siłę działającą na ładunek q poruszający się równoległe do kierunku prądu I . W ogólnym przypadku

$$\dot{\vec{F}}_{mag} = q\dot{\vec{v}} \times \dot{\vec{B}} \quad (5.26)$$

Wartość bezwzględna siły wyraża się wzorem

$$F_{mag} = qvB \sin \theta \quad (5.27)$$

gdzie θ jest kątem między $\dot{\vec{v}}$ i $\dot{\vec{B}}$.

Związki między wektorami $\dot{\vec{v}}$, $\dot{\vec{B}}$ i $\dot{\vec{F}}$ przedstawione są na rys. 5.8:

- $\dot{\vec{F}} \perp$ do $\dot{\vec{v}}$ i $\dot{\vec{B}}$,
- $\dot{\vec{F}}$ jest maksymalna gdy $\dot{\vec{v}} \perp \dot{\vec{B}}$.
- $\dot{\vec{F}} = 0$ gdy $\dot{\vec{v}} \parallel \dot{\vec{B}}$

W jednorodnym polu magnetycznym ładunek porusza się po okręgu. W tym przypadku

$$F = \frac{mv^2}{R} = qvB$$

stąd

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Prędkość kątowna ładunku $\omega = v/R = qB/m$, natomiast częstość

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$$

nie zależy od prędkości cząstki i jest nazywana częstością cyklotronową.