

FALOWA NATURA MATERII

Zadawniony podział:

- fizyka klasyczna (do 1900 r.)
- fizyka współczesna (od 1900 r., prawo Plancka).

Przekonanie o falowej naturze materii ugruntowało się w latach dwudziestych XX w.

Mechanika kwantowa pozwala zrozumieć budowę atomów i molekuł, właściwości cząstek elementarnych oraz takich działów fizyki jak: fizyka ciała stałego, fizyka jądrowa, czy też astrofizyka.

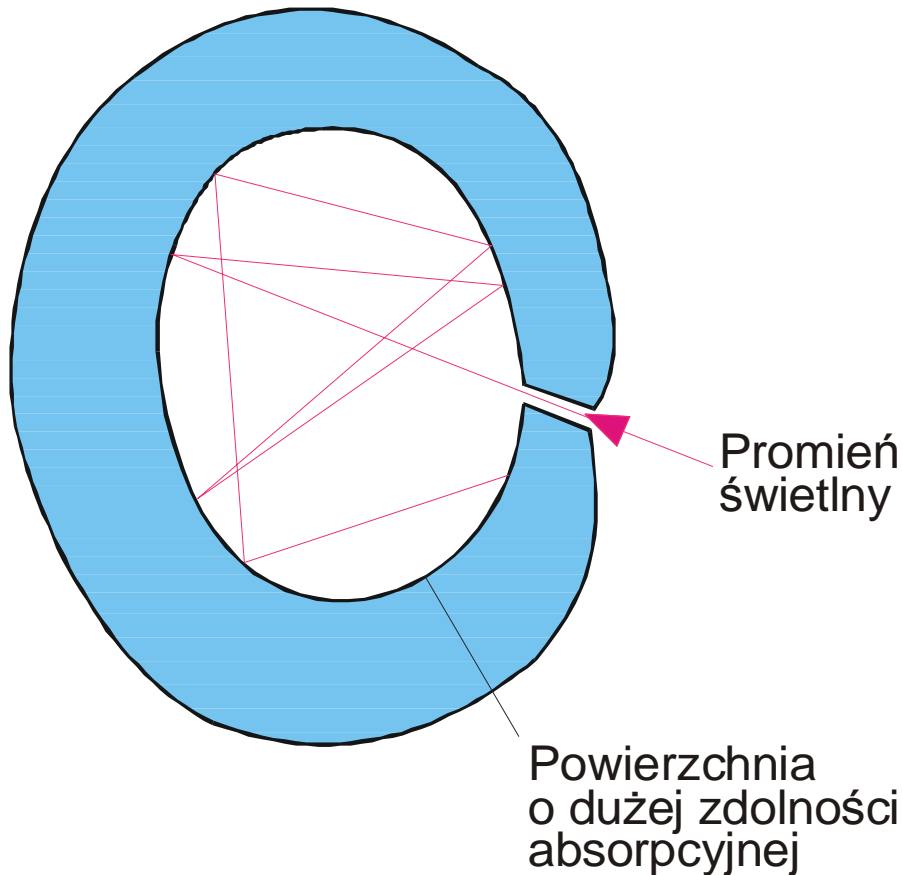
Wynikające z falowej natury materii podstawowe założenia i formalizm matematyczny stanowią przedmiot badań mechaniki kwantowej.

Falowa natura materii jakościowo przejawia się w tym, że każdą cząstkę cechują właściwości falowe i odwrotnie, dowolna fala charakteryzuje się właściwościami cząstek.

Promieniowanie termiczne

Promieniowaniem termicznym (zwane też ciepłym lub temperaturowym). nazywamy promieniowanie wysyłane przez ciała ogrzane do pewnej temperatury.

Promieniowanie termiczne jest wynikiem przyśpieszeń (drgań) jakich doznają ładunki elektryczne atomów i cząstek. Zatem promieniowanie to powstaje kosztem ich ruchu cieplnego.



Rys. 10.1. Model ciała doskonale czarnego.

Zdolność emisyjna ciała $e(n,T)$ definiujemy tak, że $e(n,T)dn$ jest energią promieniowania wysyłanego w jednostce czasu z jednostki powierzchni o temperaturze T , w postaci fal elektromagnetycznych o częstościach zawartych w przedziale od n do $n + dn$.

Ciało doskonale czarne całkowicie absorbuje promieniowanie termiczne.

Przykłady: sadza, ciało z bardzo małym otworem wejściowym.

Zdolność absorpcyjna, a , określa jaki ułamek energii padającej na powierzchnię zostanie pochłonięty.

Zdolnością odbicia, r , określa jaki ułamek energii padającej zostanie odbity.

W ogólnym przypadku $a = a(n, T)$ i $r = r(n, T)$, a między wielkościami a i r zachodzi związek

$$a(n, T) + r(n, T) = 1 \quad (10.1)$$

Dla ciała doskonale czarnego, $a = 1$ i $r = 0$.

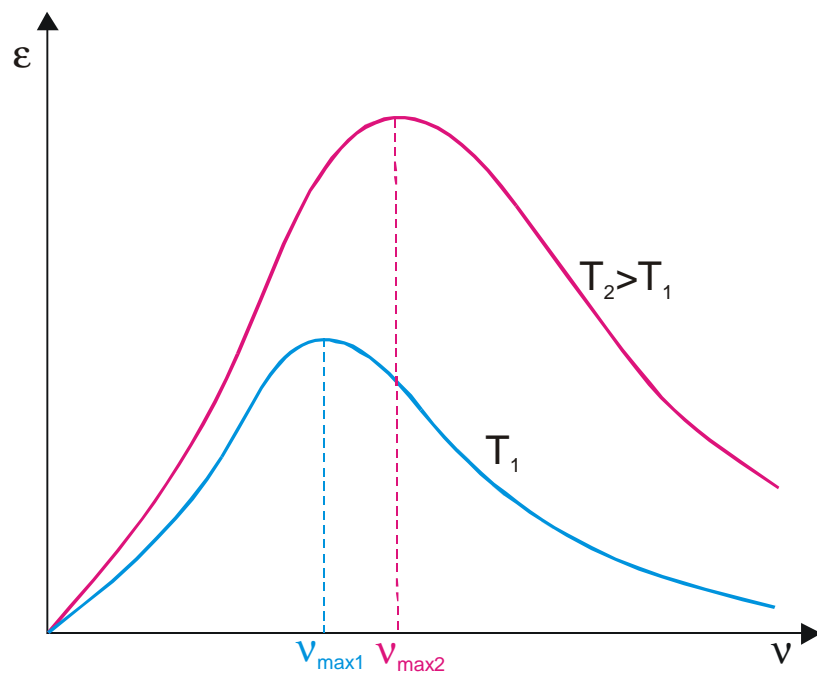
Podstawowe prawo: **prawo Kirchhoffa**:

Stosunek zdolności emisyjnej do zdolności absorpcyjnej jest dla wszystkich powierzchni jednakowy

$$\frac{e(n, T)}{a(n, T)} = e(n, T) \quad (10.2)$$

Funkcja $e(n, T)$ jest pewną funkcją uniwersalną. Jej sens fizyczny jest jasny, gdy przyjąć $a(n, T) = 1$. Wówczas $e(n, T) = e(n, T)$, tzn., że **funkcja $e(n, T)$ jest zdolnością emisyjną ciała doskonale czarnego.**

Ponieważ zawsze $a \leq 1$, więc i $e(n, T) \leq e(n, T)$, tzn. zdolność emisyjna każdej powierzchni nie jest większa od zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego.



Rys. 10.2. Zależność zdolności emisyjnej ciała doskonale czarnego od częstotliwości dla dwóch temperatur T_1 i T_2 .

Pod koniec XIX w. przeprowadzono bardzo staranne pomiary promieniowania termicznego ciała doskonale czarnego. Próby wyprowadzenia prawa opisującego to widmo oparte na zasadach fizyki klasycznej, prowadzą do absurdalnych wyników.

Np. Rayleigh i Jeans stosując prawa klasycznej elektrodynamiki dla promieniowania zrównoważonego otrzymali wzór

$$e(n, T) = \frac{2pn^2}{c^2} kT \quad (10.5)$$

Wzór jest sprzeczny z eksperymentem. Jedynie w zakresie niskich częstotliwości zgodność jest dobra.

Prawo Stefana-Boltzmannna

Całkowita energia E wypromieniowana przez jednostkową powierzchnię w czasie jednostki czasu jest równa

$$E = sT^4 \quad (10.3)$$

Stała Stefana-Boltzmannna $s = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$.

Prawo Wiena

Funkcja $e(n, T)$ ma maksimum, które zależy od temperatury. Między n_{max} a T zachodzi zależność

$$n_{max} = const \times T \quad (10.4)$$

Hipoteza Plancka

Próbując usunąć rozbieżności, M. Planck w 1900 r. wysunął hipotezę, że: **elektryczny oscylator harmoniczny stanowiący model elementarnego źródła promieniowania, w procesie emisji promieniowania może tracić energię tylko porcjami, czyli kwantami DE , o wartości proporcjonalnej do częstości n jego drgań własnych.**

czyli

$$DE = hn \quad (10.6)$$

gdzie stała Plancka $h = 6.626 \times 10^{-34}$ Js.

Wymiarem h jest **działanie = (energia) · (czas) = (długość) · (pęd) = (moment pędu).**

Uogólniając swoje rozważania Planck zapostulował, że energia oscylatora może przyjmować dyskretne wartości

$$E_n = nh\nu \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10.7)$$

gdzie n jest liczbą kwantową. Przyjął następnie, że rozkład oscylatorów po możliwych dyskretnych stanach energii jest określony rozkładem Boltzmanna i uzyskał następujący wzór określający zdolność emisyjną ciała doskonale czarnego

$$e(n, T) = \frac{2ph\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu / kT) - 1} \quad (10.9)$$

Znając $e(n, T)$ możemy wyliczyć całkowitą energię emitowaną w jednostce czasu z jednostkowej powierzchni ciała doskonale czarnego.

Całkowaną zdolność emisyjną ciała doskonale czarnego

$$E = \int_0^{\infty} e(n, T) dn = \frac{2ph}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{n^3 dn}{\exp(hn / kT) - 1}$$

co prowadzi do związku

$$E = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = sT^4$$

przy czym stała Stefana-Boltzmana jest równa

$$s = \frac{2p^5 k^4}{15c^2 h^3}$$

Funkcja $e(n, T)$ w zakresie małych częstotliwości przyjmuje postać wzoru Rayleigha i Jeansa. W tym celu funkcję wykładniczą, występującą w mianowniku wzoru (10.9), rozwijamy w szereg, zostawiając dwa pierwsze wyrazy. Dostajemy wówczas

$$\exp\left(\frac{hn}{kT}\right) - 1 \approx 1 + \frac{hn}{kT} - 1 = \frac{hn}{kT}$$

Oznaczając podobnie jak poprzednio $x = hn/kT$ i narzucając warunek maksimum de/dx , mamy

$$3e^{-x} = 3 - x$$

Pierwiastek równania wynosi około 2.822, stąd wynika

$$n_{max} = \frac{x_{max} k}{h} T = 2.822 \frac{k}{h} T = 5.877 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1} T$$

Otrzymaliśmy zatem prawo przesunięć Wiena.

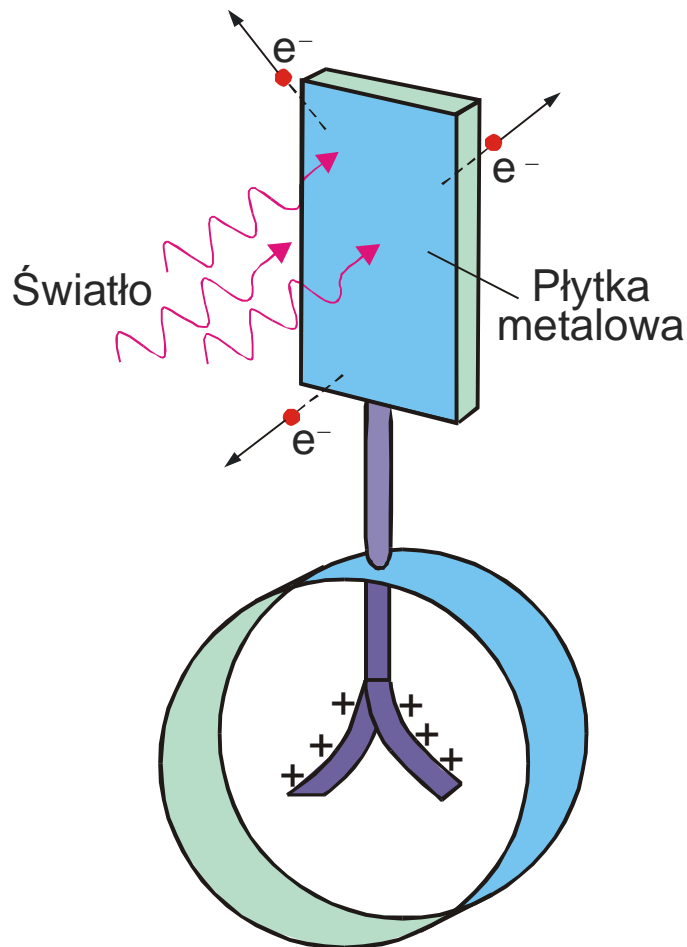
Postulat Plancka (energia nie może być wypromieniowana w sposób ciągły), doprowadził do teoretycznego wyjaśnienia promieniowania ciała doskonale czarnego.

Porcje energii promienistej emitowanej przez ciało wynoszące hn **zostały nazwane kwantami lub fotonami.**

Hipoteza Plancka dała początek fizyce kwantowej, a stała h występuje obecnie we wielu równaniach fizyki atomowej, jądrowej i ciała stałego.



Fotoefekt



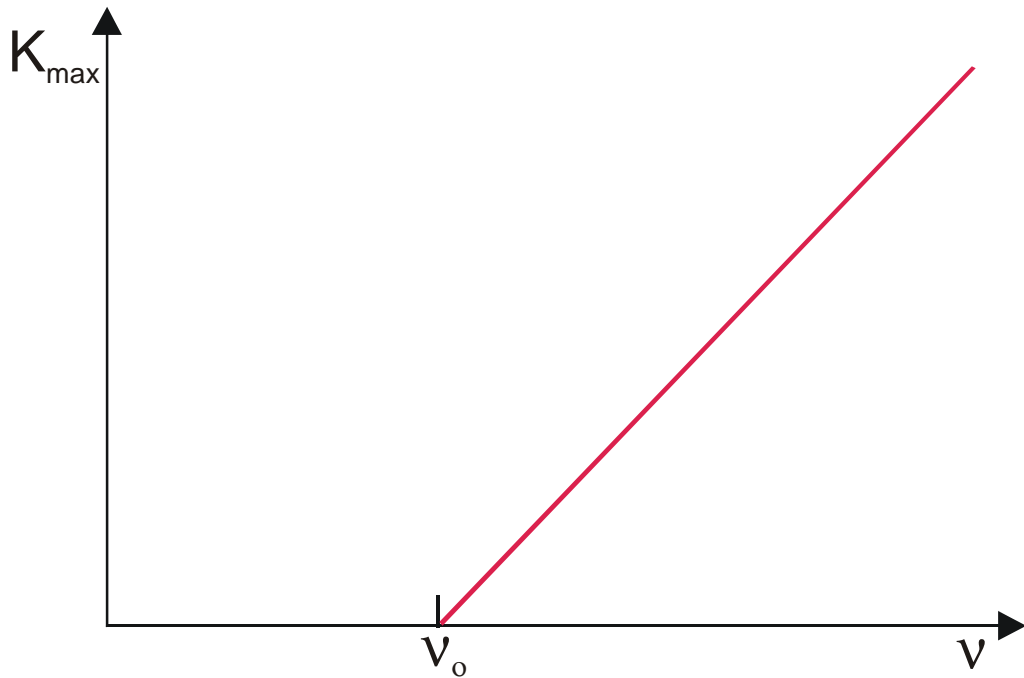
Rys. 10.3. Neutralny elektroskop połączony z płytką metalową. Przy oświetleniu płytki przez światło wybijane są fotoelektrony i listki elektroskopu ładowane są dodatnio.

W końcu XIX w. odkryto elektron a następnie zauważono, że elektrony uciekają z niektórych powierzchni metalicznych, kiedy na powierzchnię pada światło (rys. 10.3). Można było tego oczekiwać.

Amplituda drgań swobodnego elektronu w zmiennym polu elektrycznym padającej fali $E = E_0 \cos \omega t$ zapiszemy w postaci $A = eE_0 / m\omega^2$ [wyrażenie (9.15)]. W związku z tym elektron znajdujący się w pobliżu powierzchni opuści metal gdy amplituda A przekroczy pewną krytyczną wartość.

Z falowej teorii światła wynika:

- elektron nie opuści metalu dopóki E_0 nie przekroczy określonej wartości krytycznej,
- energia emitowanych elektronów wzrasta proporcjonalnie do E_0^2 ,
- jeżeli wielkość E_0 (a także natężenie) zachować stałą a częstotliwość światła zwiększać, to liczba emitowanych elektronów powinna zmniejszyć się.



Rys. 10.4. Zależność maksymalnej energii kinetycznej elektronów wybitych z metalu od częstotliwości światła.

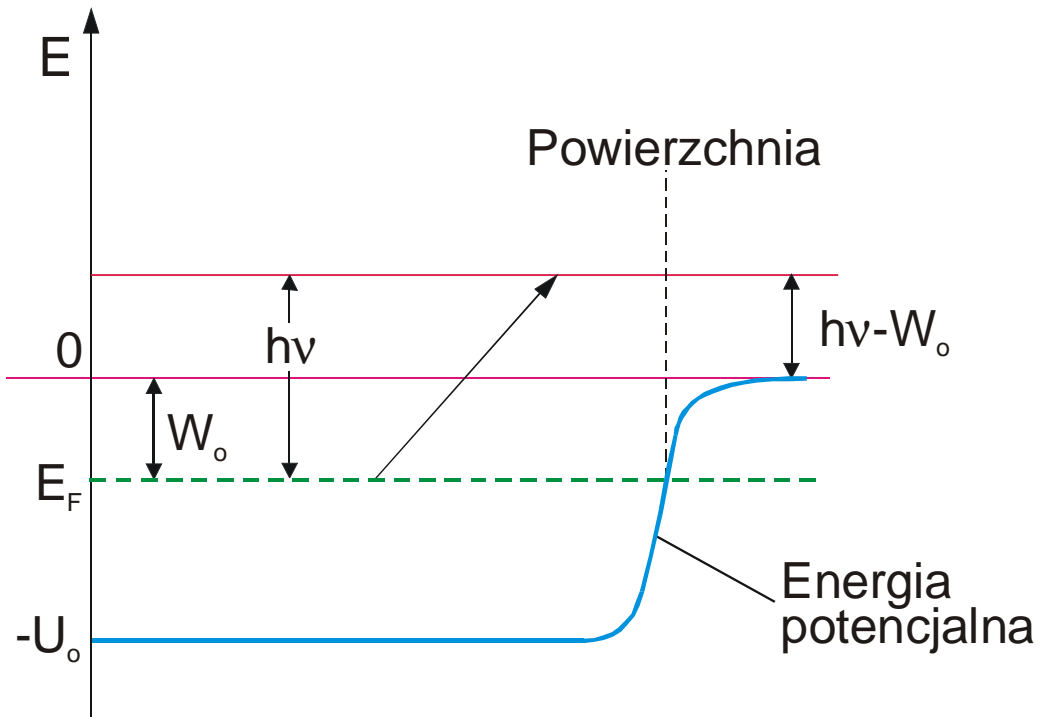
Wyniki eksperymentalne obaliły powyższe przewidywania:

- progowego natężenia nie zaobserwowano, liczba uciekających elektronów okazała się ściśle proporcjonalna do E_0^2 przy dowolnie małej intensywności padającego promieniowania,
- energia elektronów okazała się niezależna od wielkości E_0 ,

Zauważono zależność energii elektronów od częstotliwości; okazało się, że **istnieje progowa częstotliwość ν_0 , powyżej której energia emitowanych elektronów rośnie liniowo ze wzrostem częstotliwości** – faktycznie energia kinetyczna elektronów zmienia się w przedziale od zera do maksymalnej wartości K_{max} .

W 1905 r. A. Einstein zaproponował, że:

- **światło stanowi zbiór kwantów z których każdy posiada energię $h\nu$,**
- **kwanty światła (fotony) zachowują się podobnie do cząstek materialnych** (przy zderzeniu foton może być pochłonięty, a cała jego energia przekazana jest elektronowi).



Rys. 10.5. Jama potencjału w której znajdują się elektrony metalu. Elektron o energii E_F pochłania foton i przechodzi na wyższy poziom energetyczny.

Teoria Einsteina wyjaśnia fakty eksperymentalne. Maksymalna energia kinetyczna elektronu opuszczającego metal wynosi

$$K_{max} = hn - W_0 \quad (10.10)$$

Nachylenie prostej (rys. 10.4) jest określone stałą Plancka h .

Wielkość W_0 nazywana jest pracą wyjścia i zależy od rodzaju metalu.

Elektron w metalu znajduje się w studni potencjału o głębokości U_0 . Wewnątrz metalu elektrony walencyjne atomu są swobodne (tj. nie są związane z określonymi atomami), a ich energia kinetyczna może się zmieniać od zera do E_F , zwaną energią Fermiego.

Elektron opuści metal, jego energia staje się równa $K = 0$. Z rys. 10.5 widzimy, że

$$W_0 + E_F = U_0, \quad \text{czyli} \quad W_0 = U_0 - E_F.$$

Maksymalna energia elektronu na zewnątrz metalu

$$K_{max} = hn - W_0.$$

Efekt Comptona

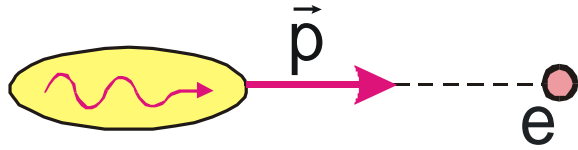
Poprzednio wykazaliśmy, że światło przenoszące energię E posiada pęd $p = E/c$. Tak więc kwant świetlny o energii $E = h\nu$ powinien charakteryzować się pędem $p = h\nu/c$. Jeżeli zamienić ν/c na $1/\lambda$, to

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (10.11)$$

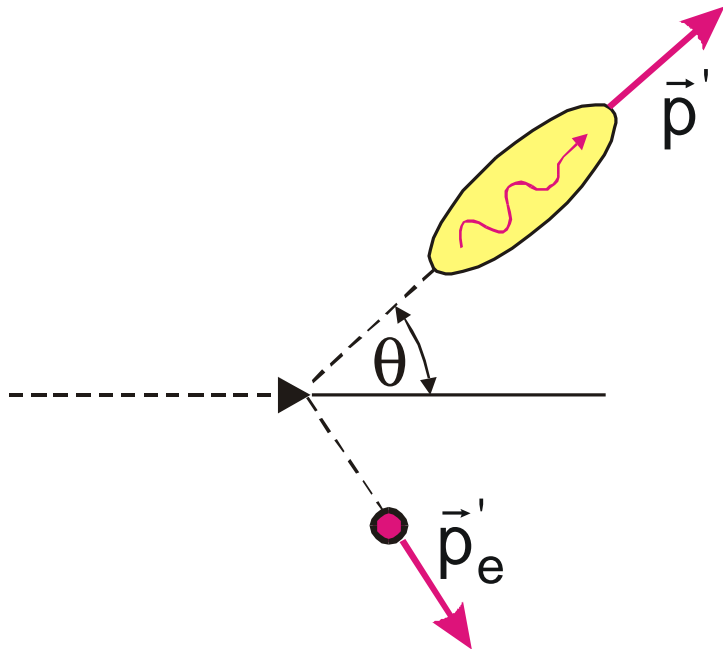
Einstein przewidział, że kwanty świetlne (fotony) będą zachowywać się podobnie do cząstek elementarnych o pędzie $p = h/\lambda$.

W przypadku fotoefektu minimalny pęd przyjęty przez metal jest zbyt mały i nie można go zmierzyć, jednakże przy zderzeniu fotonu ze swobodnym elektronem wielkość przekazywanego pędu można zmierzyć. **Proces ten, rozpraszanie fotonu na elektronie swobodnym, nazywany jest efektem Comptona.** Po raz pierwszy proces ten był eksperymentalnie potwierdzony przez A. Comptona w 1923 r.

Do



Po



Rys. 10.6. Efekt Comptona. Zderzenie fotonu ze swobodnym elektronem.

Niech foton o energii pc i pędzie \vec{p} zderza się z nieruchomym elektronem o energii spoczynkowej mc^2 . Po zderzeniu pęd fotonu będzie równy \vec{p}' i skierowany pod kątem q , jak to pokazano na rys. 10.6. Pęd elektronu odrzutu będzie równy \vec{p}'_e , a całkowita energia relatywistyczna E_e .

Zgodnie z prawem zachowania energii

$$pc + mc^2 = p'c + E'_e$$

czyli

$$(p - p' + mc)^2 = \left(\frac{E'_e}{c}\right)^2 \quad (10.12)$$

Prawo zachowania pędu daje

$$\vec{p} - \vec{p}' = \vec{p}'_e$$

Podnosząc obie strony do kwadratu

$$p^2 - 2\vec{p}\vec{p}' + p'^2 = p_e'^2$$

i odejmując ostatnie równanie od (10.12) mamy

$$m^2c^2 - 2pp' + 2pmc - 2p'mc + 2pp' \cos q = \frac{E_e'^2}{c^2} - p_e'^2$$

Na podstawie (3.49), prawą stronę można zamienić na m^2c^2

$$m^2 c^2 - 2p'(p + mc - p \cos q) + 2pmc = m^2 c^2$$

stąd znajdujemy

$$p' = \frac{p}{1 + \frac{p}{mc}(1 - \cos q)}$$

Wykorzystując fakt, że $p = h/l$, otrzymujemy

$$\frac{1}{l'} = \frac{1}{l + \frac{h}{mc}(1 - \cos q)}$$

czyli

$$l' - l = \frac{h}{mc}(1 - \cos q) \quad (10.13)$$

Compton stosował promieniowanie rentgenowskie o znanej długości fali i zauważył, że długość fali fotonów zwiększa się zgodnie z przewidywaniem według wzoru (10.13).

Promieniowanie termiczne, fotoefekt, efekt Comptona i wiele innych eksperymentów z udziałem światła i atomów potwierdziły, że światło faktycznie zachowuje się jakby składało się z cząstek o energii hn i pędzie h/l .

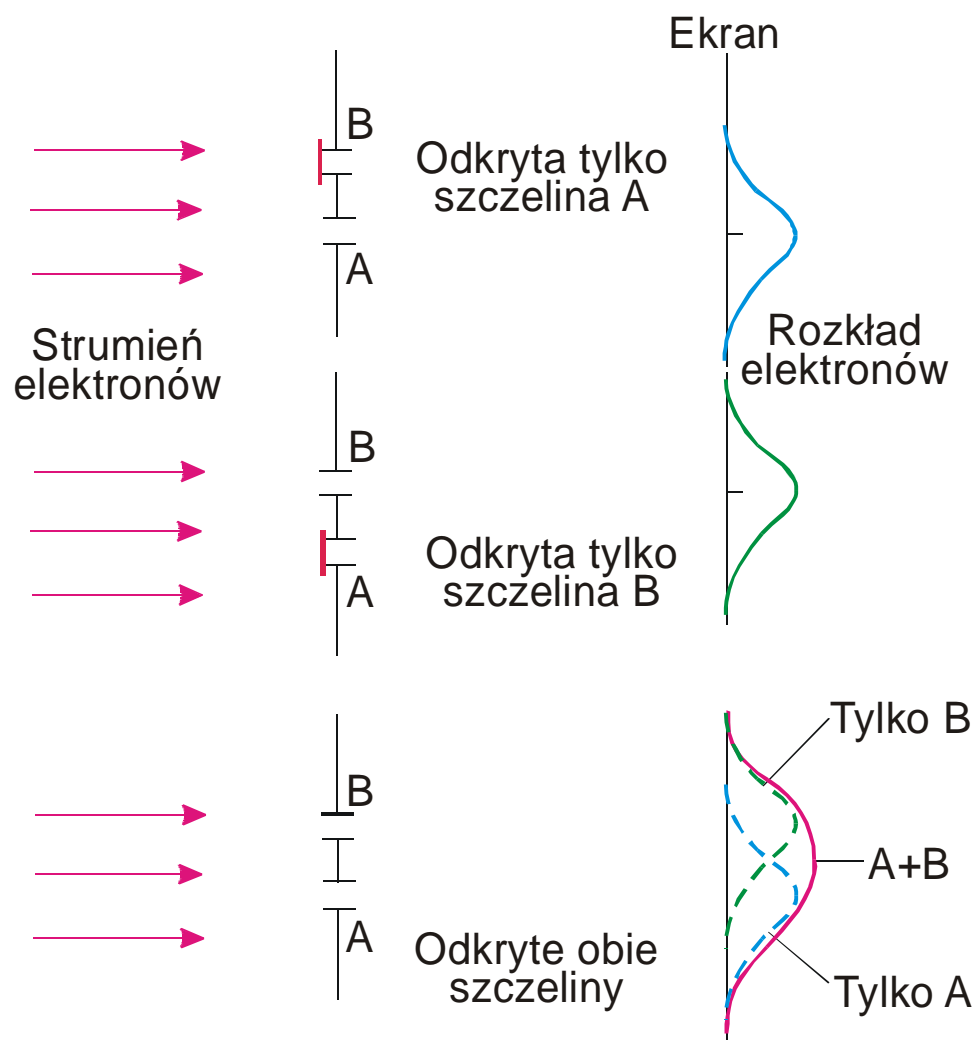
Dualizm korpuskularno-falowy

W 1927 r. amerykańscy fizycy C. Davisson i L. Germer odkryli właściwości falowe elektronu. W rzeczywistości trzy lata wcześniej Louis de Broglie w swej rozprawie doktorskiej założył, że związek (10.11) słuszny jest nie tylko dla fotonów, lecz w ogóle dla wszystkich cząstek. Czyli

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{i} \quad E = h\nu \quad (10.14)$$

De Broglie założył, że wiązka cząstek dowolnego rodzaju będzie tworzyć obraz interferencyjny na odpowiedniej podwójnej szczelinie charakterystyczny dla doświadczenia Younga.

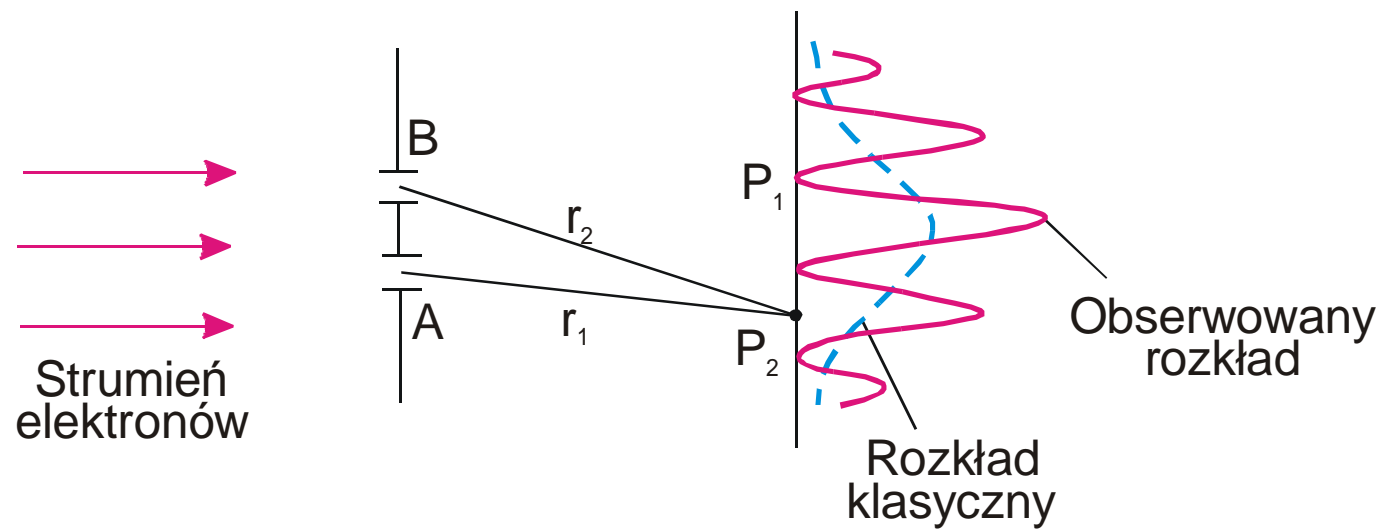
W przypadku fotonów paradoks można byłoby usunąć zakładając, że pojedynczy foton po przejściu przez dwie szczeliny, zdolny jest rozczepić się i interferować ze sobą. Jednakże w przypadku elektronów, w przyrodzie nigdy nie zaobserwowano połowy lub części elektronu.



Rys. 10.7. Rozkład intensywności elektronów zgodnie z fizyką klasyczną.

Rozkład elektronów na ekranie powinien być sumą rozkładów dla każdej szczeliny oddzielnie. Choć logika wyvodu wydaje się być nieskazitelną, rozkład charakterystyczny dla $A+B$ nie ma miejsca! Zamiast tego obserwujemy klasyczny obraz interferencyjny dla dwóch szczelin przedstawiony na rys. 10.8.

Jedyny sposób wyjaśnienia tych paradoksalnych wyników polega na stworzeniu nowego formalizmu matematycznego pozwalającego opisać falowe właściwości cząstek materialnych na poziomie mikroświata, a zatem także poprawnie przewidującego obserwowane zjawiska interferencyjne.



Rys. 10.8. Rozkład intensywności elektronów zgodnie z teorią kwantową.

Funkcja falowa

Formalizm matematyczny za pomocą którego usuwa się opisane powyżej paradoksy, przypisuje każdej cząstce materialnej funkcję falową $Y(x,y,z,t)$ będącą funkcją współrzędnych i czasu.

Natężenie jest proporcjonalna do kwadratu amplitudy funkcji falowej.

Nie możemy z góry przewidzieć, w którym miejscu dany elektron padnie na ekran. Znajdując rozkład natężenia w obrazie dyfrakcyjnym można określić prawdopodobieństwo, że elektron padnie w określonym miejscu ekranu.

Zatem **kwadrat amplitudy funkcji falowej jest proporcjonalny do gęstości prawdopodobieństwa znalezienia elektronu w danym elemencie obszaru**. Ponieważ funkcja falowa Y jest na ogół funkcją zespoloną, to kwadrat amplitudy tej funkcji wynosi

$$|Y|^2 = Y \cdot Y^*$$

gdzie Y^* jest funkcją sprzężoną z Y . Tak więc

$$|Y|^2 dx dy dz$$

jest proporcjonalne do prawdopodobieństwa znalezienia elektronu w elemencie objętości $dx dy dz$.

Suma prawdopodobieństw znalezienia elektronu w poszczególnych elementach objętości rozciągnięta na całą przestrzeń musi być równa 1, zatem musi być spełniony warunek

$$\int_V |Y|^2 dV = 1$$

Jest to warunek unormowania funkcji falowej. Wówczas $|Y|^2$ **jest równe gęstości prawdopodobieństwa znalezienia elektronu.**

Formalnie funkcja falowa Y charakteryzuje się właściwościami klasycznych fal, lecz nie reprezentuje takich wielkości jak np. wychylenie cząstki z położenia równowagi.

Jeżeli zdarzenie może przebiegać w kilku wzajemnie wykluczających się sposobach to funkcja falowa takiego zdarzenia przedstawia sumę funkcji falowych każdego ze sposobów

$$Y = Y_1 + Y_2$$

To twierdzenie (zasada superpozycji) jest identyczne z zasadą dodawania amplitud fal w optyce. W rozważanym wyżej przykładzie, Y_1 opisuje falę przechodzącą przez szczelinę A, a Y_2 – falę przechodzącą przez szczelinę B.

Falowy charakter jest cechą pojedynczych cząstek; każdemu elektronowi odpowiada paczka falowa dzieląc się jednakowo pomiędzy dwie szczeliny.

Wielu fizyków, włączając Einsteina, próbowało wymyślić takie doświadczenie w rezultacie którego można byłoby, nie naruszając obrazu interferencyjnego, ustalić przez którą szczelinę przeszła dana cząstka; jednakże wszystkie te próby były nieudane.

Funkcja falowa Y nie stanowi bezpośrednio obserwowanej wielkości. Fale klasyczne i fale odpowiadające cząstkom podlegają równaniom matematycznym tego samego typu. Lecz w przypadku klasycznym amplituda fali jest bezpośrednio obserwowana, a dla funkcji falowej Y – nie.

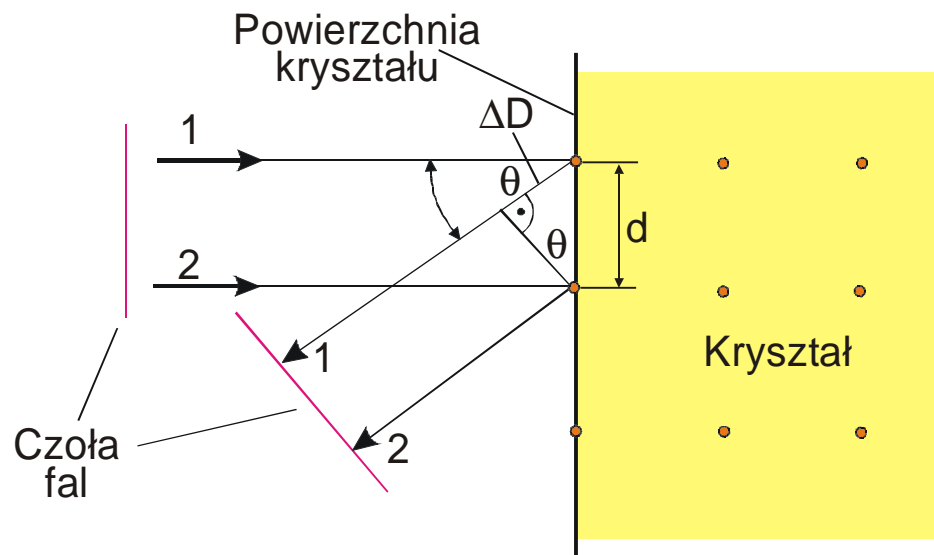
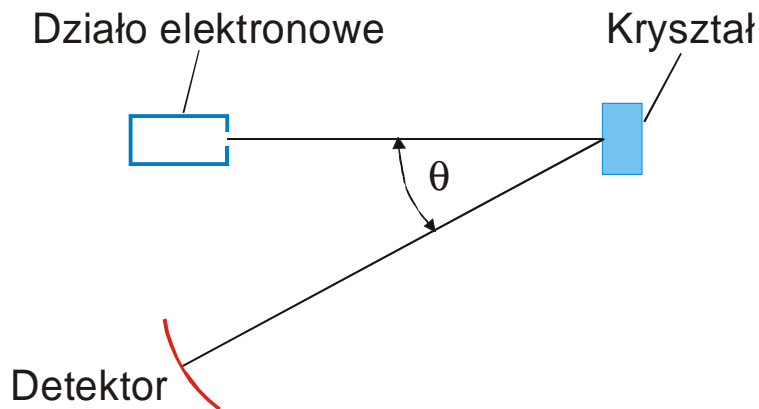
Dyfrakcja elektronów

Obliczmy długość fali elektronu przyśpieszanego napięciem $V = 1000$ V, tzn. o energii kinetycznej $K = 1000$ eV $= 1.6 \times 10^{-16}$ J. Po podstawieniu danych liczbowych do wzoru

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}$$

otrzymujemy 4×10^{-11} m. Jest to więc wielkość rzędu promienia atomu.

Nasuwa się więc wniosek, że wiązka elektronów odbijając się od płaszczyzn krystalograficznych powinna wykazać analogiczne efekty jak w przypadku promieni rentgenowskich. Uporządkowany szereg atomów na powierzchni metalu działa podobnie do szczelin cienkiej siatki dyfrakcyjnej. Właśnie w powyższy sposób Davisson i Germer badali rozpraszanie powolnych elektronów na płycie niklowej.



Rys. 10.9. (a) Przyrząd do obserwowania dyfrakcji elektronów od powierzchni kryształu. (b) Część kryształu silnie powiększona.

Jak widać z rys. 10.9b, $DD = d \sin \theta$ w pierwszym maksimum intensywności powinna być równa długości fali h/p . Wobec tego

$$\frac{h}{p} = d \sin \theta$$

stąd

$$h = pd \sin \theta$$

Pierwsze doświadczenie Davissona i Germera w 1926 r.

Po upływie kilku miesięcy otrzymali nowe wyniki jednoznacznie potwierdzające falową naturę elektronów (pozwoliły określić wartość stałej Plancka z dokładnością do 1%).

Thompson, badając transmisyjne efekty dyfrakcyjne wiązki elektronów przechodzących przez złotą folię o grubości 10^{-5} m, potwierdził zjawisko dyfrakcji elektronów w 1928 roku.

Uzyskano obrazy dyfrakcyjne wytwarzane nie tylko przez elektrony, protony, ale również przez całe atomy.