

FALE ELEKTROMAGNETYCZNE

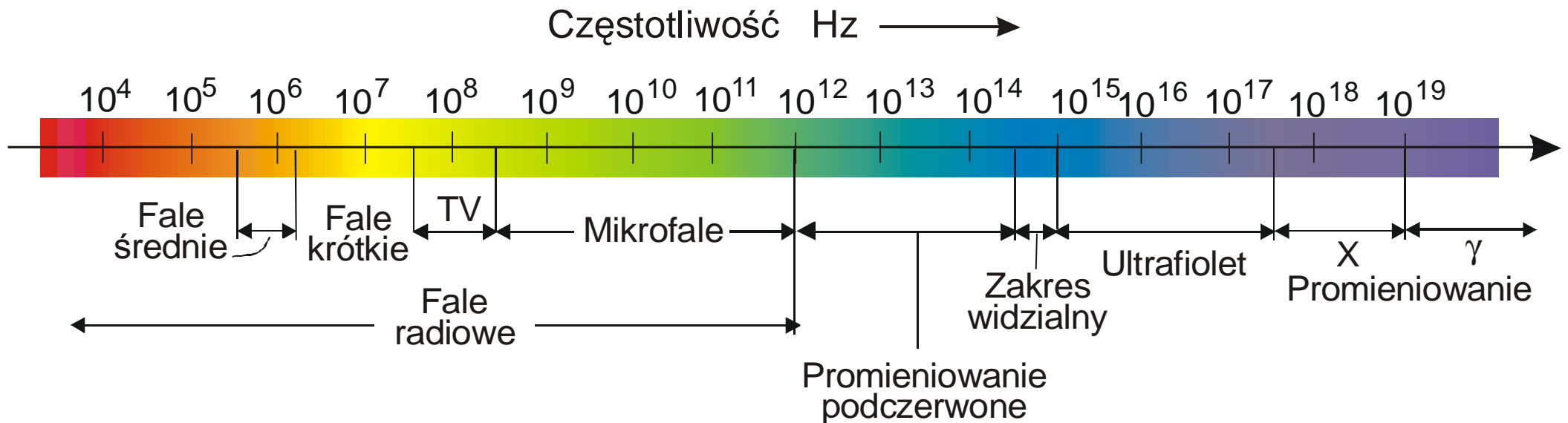
Teoria Maxwella – cztery równania

Przyspieszony ładunek emituje pola elektryczne i magnetyczne propagujące się z prędkością

$$c = \sqrt{\epsilon_0 m_0}.$$

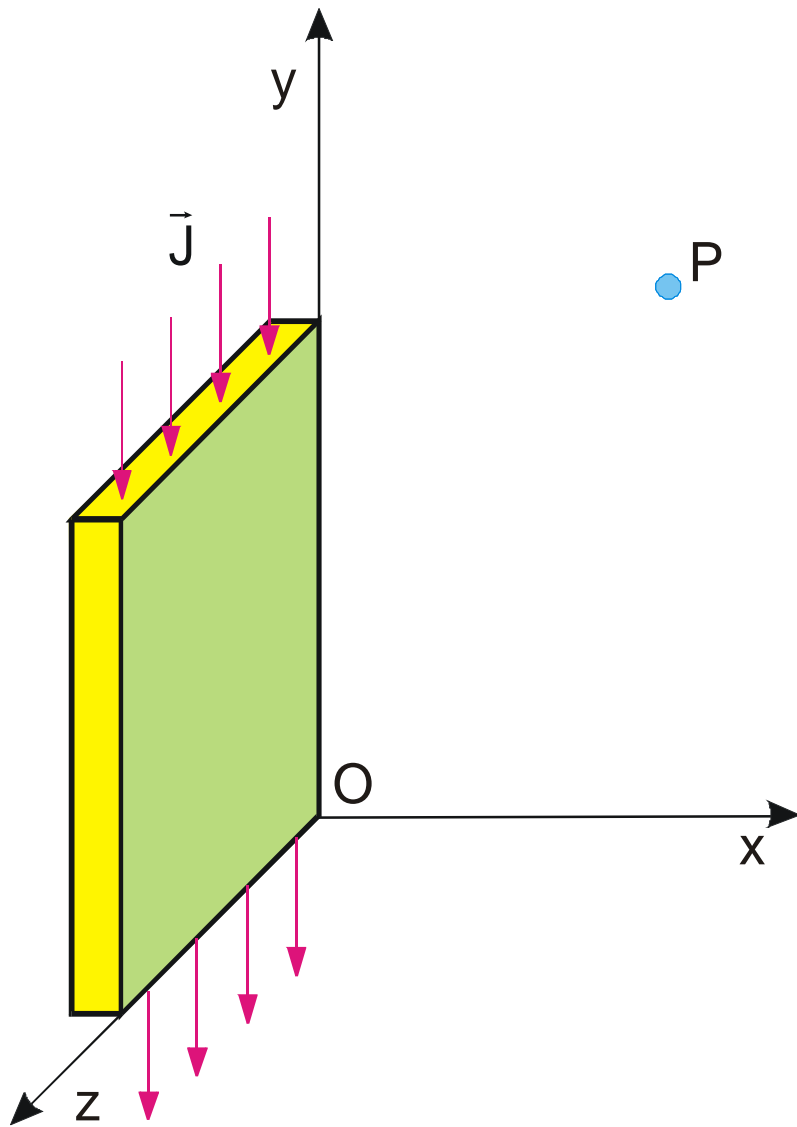
Fale elektromagnetyczne – zakres częstotliwości $(4-7) \times 10^{14}$ Hz

W większości zjawisk fizycznych występują oddziaływania elektromagnetyczne

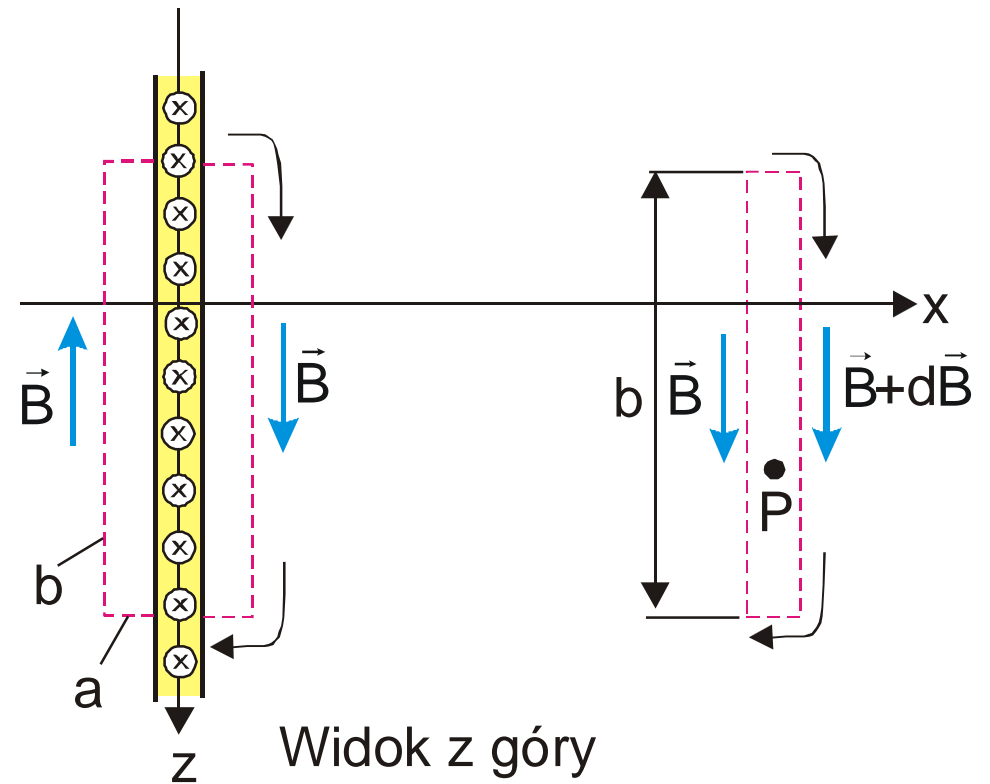


Rys. 9.1. Widmo fal elektromagnetycznych

Równanie różniczkowe fali elektromagnetycznej



Rys. 9.2. Prostokątny element nieskończonej powierzchni z prądem powierzchniowym J .



Rys. 9.3. Widok z góry elementu prądu przedstawionego na rys. 9.2. Całki krzywoliniowe liczone są w kierunku ruchu wskazówek zegara wokół prądu i wokół punktu P .

Uogólnione prawo Ampera

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = m_o \oint_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} + \frac{1}{c^2} \int_S \frac{\partial \dot{\mathbf{E}}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (7.16)$$

Kontur obchodzimy zgodnie z kierunkiem wskazówek zegara. Równanie (7.16) napiszemy w postaci

$$\oint \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{s} = m_o Jb$$

lub

$$2Bb = m_o Jb$$

Stąd znajdujemy B w pobliżu płaskiego prądu

$$B = \frac{m_o J}{2} \quad (9.1)$$

Prąd J zmienia się w czasie, a otrzymany wynik słuszny jest jedynie w pobliżu źródła.

Teraz posłużymy się prostokątnym konturem całkowania wokół punktu P. Wektor $d\dot{\mathbf{S}}$ jest skierowany za płaszczyznę rysunku w ujemnym kierunku osi y . Wówczas

$$\dot{\mathbf{E}} \cdot d\dot{\mathbf{S}} = -E_y dS = -E_y b dx.$$

a równanie (7.16) przyjmie postać

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 + \frac{1}{c^2} \int \frac{\dot{\mathbf{E}}}{t} d\mathbf{S}$$

lub

$$(B_z + dB_z)b - B_z b = -\frac{1}{c^2} \frac{\int E_y}{\int t} (b dx)$$

Wobec tego

$$dB_z = -\frac{1}{c^2} \frac{\int E_y}{\int t} dx$$

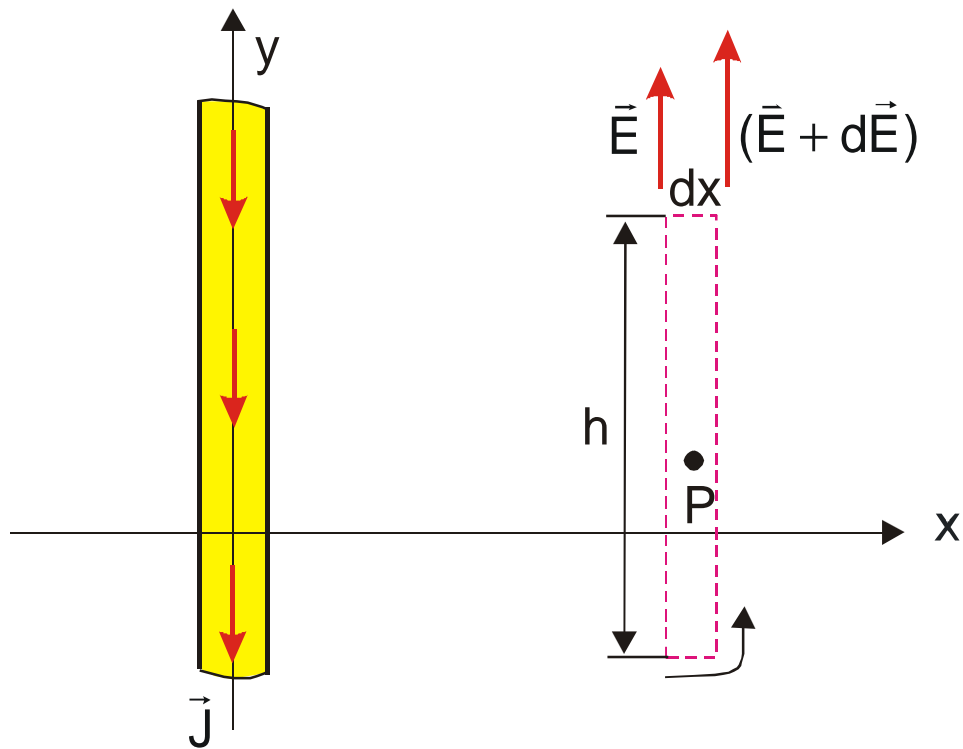
$$\left(\frac{dB_z}{dx} \right)_{t=\text{const}} = -\frac{1}{c^2} \frac{\int E_y}{\int t} dx$$

$$\frac{\int B_z}{\int x} = -\frac{1}{c^2} \frac{\int E_y}{\int t} \tag{9.2}$$

Z uogólnionego prawa Faradaya

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

można otrzymać jeszcze jeden związek między polami B i E .



Widok z boku

Rys. 9.4. Widok z boku na element płaskiego prądu przedstawionego na rys. 9.2.

Całkujemy w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara po prostokątnym konturze wokół punktu P w płaszczyźnie Oxy

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int \frac{\partial B_z}{\partial t} dS$$

$$(E_y + dE_y)h - E_y h = - \frac{\partial B_z}{\partial t} (h dx)$$

czyli

$$dE_y = - \frac{\partial B_z}{\partial t} dx$$

a dalej

$$\left(\frac{dE_y}{dx} \right)_{t=const} = - \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

i ostatecznie

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = - \frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (9.3)$$

Mamy dwa równania, (9.2) i (9.3), z dwiema niewiadomymi B_z i E_y . Różniczkując równanie (9.2) po x , a równanie (9.3) po t , można wyłączyć E_y

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{B_z}{\mu_0} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial t} \quad (9.4)$$

Podobnie

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial B_z}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x \partial t} = \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

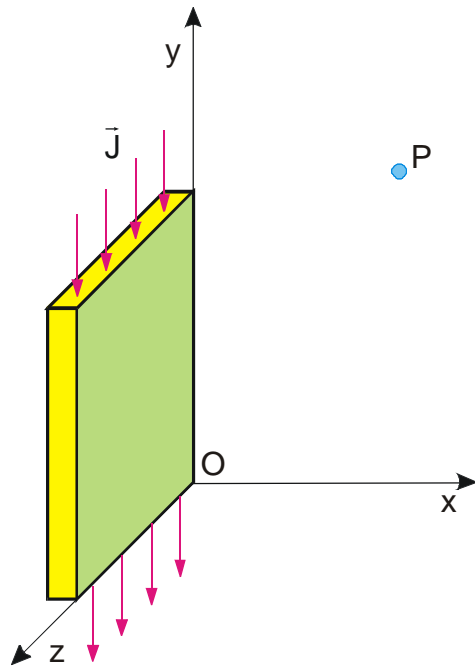
Podstawiając to wyrażenie w prawą stronę równania (9.4), mamy

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2} \quad (9.5)$$

Jest to słynne równanie różniczkowe równanie falowe Maxwella. Rozwiązanie tego równania przedstawia falę biegnącą propagującą się z prędkością c .

Równanie (9.3) zawiera uzupełniającą informację wskazującą, że wielkość pola elektrycznego jest równa $E = cB$ i że pola \vec{E} i \vec{B} są wzajemnie prostopadłe.

Promieniowanie płaskiego prądu



Rys. 9.2. Prostokątny element nieskończonej powierzchni z prądem powierzchniowym J .

Założmy, że prąd powierzchniowy (rys. 9.2) ma postać

$$J = J_0 \cos \omega t,$$

prąd J_0 płynie w kierunku przeciwnym do osi y .

Przy małych wartościach x rozwiązanie określone jest wyrażeniem (9.1)

$$B_z(x, t) = \frac{m_0}{2} J_0 \cos \omega t$$

W przypadku dużych wartości x jednoznacznym rozwiązaniem jest

$$B_z(x, t) = \frac{m_0}{2} J_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \quad (9.6)$$

Podstawiając to rozwiązanie do lewej strony równania (9.5) mamy

$$\frac{\nabla^2 B_z}{\nabla x^2} = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{m_0}{2} J_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) = - \frac{\omega^2}{c^2} B_z$$

a do prawej

$$\frac{1}{c^2} \frac{\nabla^2 B_z}{\nabla t^2} = \frac{1}{c^2} (-\omega^2) \frac{m_0}{2} J_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) = - \frac{\omega^2}{c^2} B_z$$

czyli równanie falowe (9.5) jest spełnione.

Zauważmy, że dla $x \rightarrow 0$ otrzymujemy $B_z = (m_0 / 2) J_0 \cos \omega t$. Rozwiązanie to spełnia warunek brzegowy i jest jednoznacznym rozwiązaniem problemu.

Teraz znając B możemy obliczyć pole E podstawiając rozwiązanie na B do równania (9.3)

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial t} \left[B_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = \omega B_0 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

stąd

$$E_y = \omega B_0 \int \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) dx = c B_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + const$$

Stała całkowania jest równa zero, ponieważ ładunki tworzące stałe pole elektryczne nie występują. Tak więc

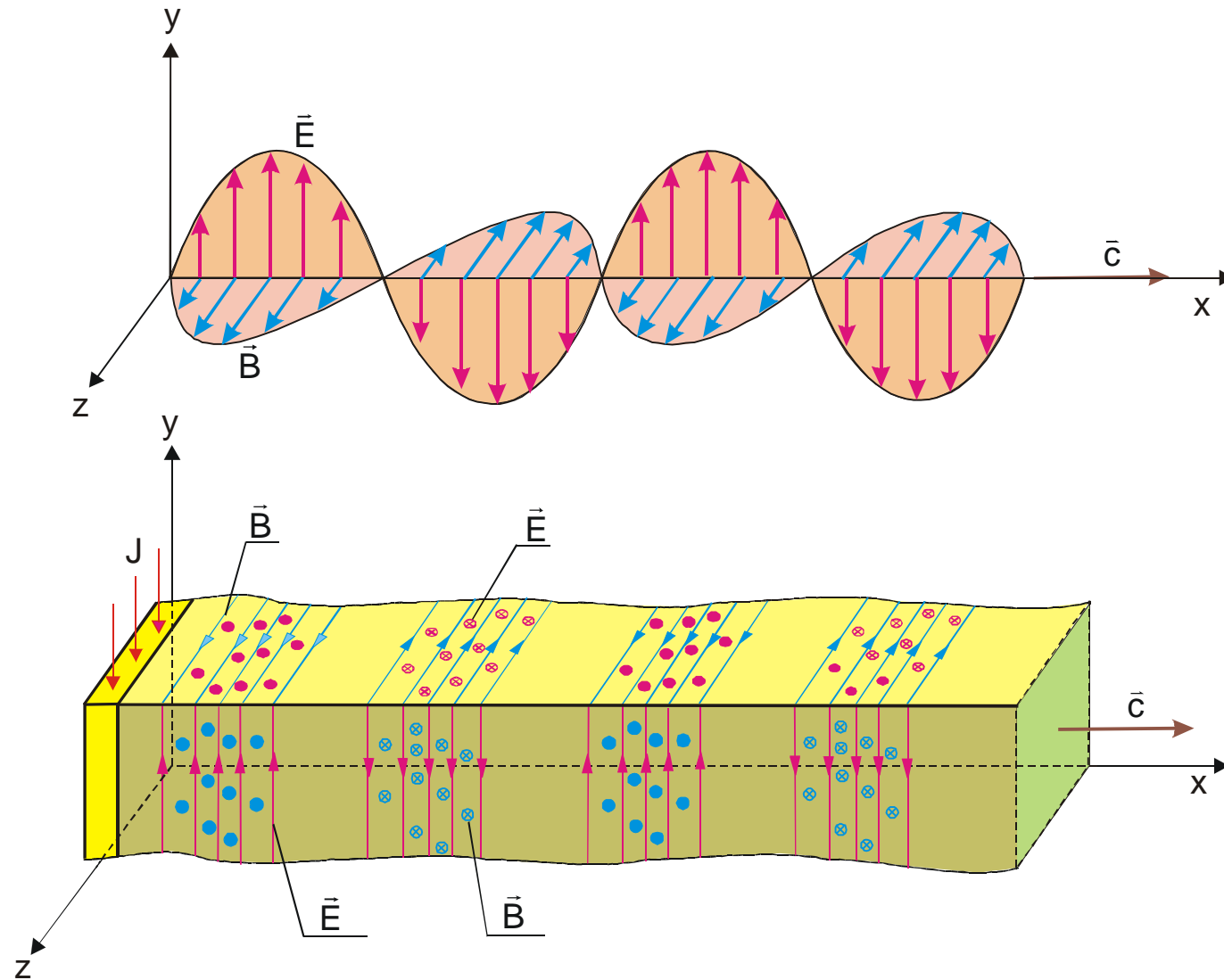
$$E_y = c B_z = \frac{c m_0}{2} J_0 \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \quad (9.7)$$

Jest to pole promieniowania.

Za dodatni kierunek prądu J_0 przyjęto kierunek przeciwny do kierunku osi y . Dlatego dodatnie znaki wielkości E_y i B_z oznaczają, że w pobliżu źródła pole E_y skierowane jest przeciwnie do prądu J .

Wygodnie jest to zapamiętać w następujący sposób: dodatnie ładunki będą gromadzić się na dolnej krawędzi, a ujemne na górnej. Linie sił pola skierowane są z dołu do góry, tj. przeciwnie do kierunku prądu.

Wykazaliśmy, że $E = cB$ a także, że pola elektryczne i magnetyczne są wzajemnie prostopadłe.



Rys. 9.5. Płaska fala monochromatyczna propagująca się w prawo z prędkością c . Fala emitowana jest przez sinusoidalny prąd J płynący w płaszczyźnie yz .

Rozkład Fouriera periodycznej funkcji $F(t)$

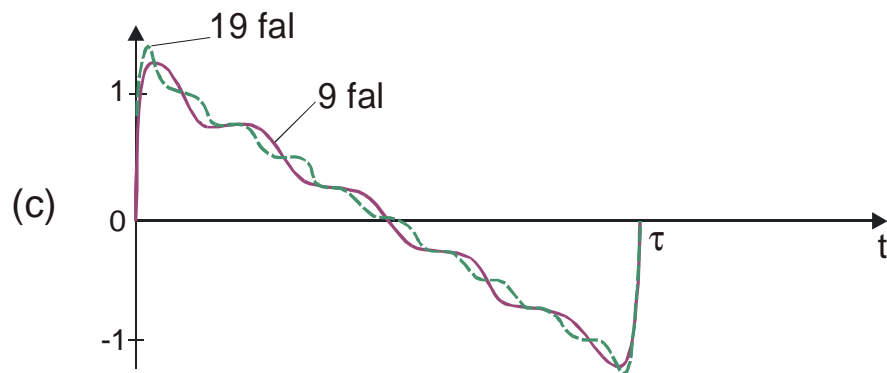
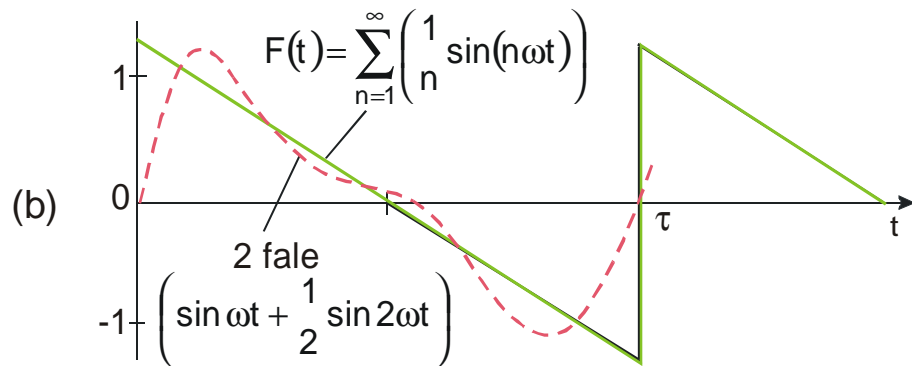
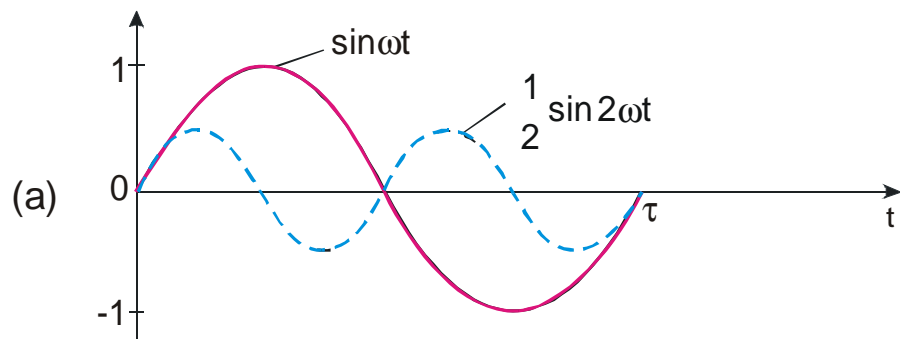
Rozważmy przypadek, kiedy prąd powierzchniowy określany jest funkcją piłokształtną o okresie t . Wówczas $w = 2\pi/t$.

Funkcję piłokształtną można przedstawić w postaci sumy nieskończonej liczby fal sinusoidalnych

$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \sin(n w t) \right)$$

Jest to rozkład Fouriera periodycznej funkcji $F(t)$.

W ogólnym przypadku dowolną funkcję periodyczną o częstości $1/t$ można zapisać w postaci sumy fal monochromatycznych o częstościach $n(1/t)$, gdzie n przyjmuje liczby całkowite od 1 do ∞ .



Dla generacji piłokształtnej fali elektromagnetycznej prąd powierzchniowy określany jest wzorem

$$J = J_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \sin(n\omega t) \right)$$

gdzie $\omega = 2\pi/\tau$.

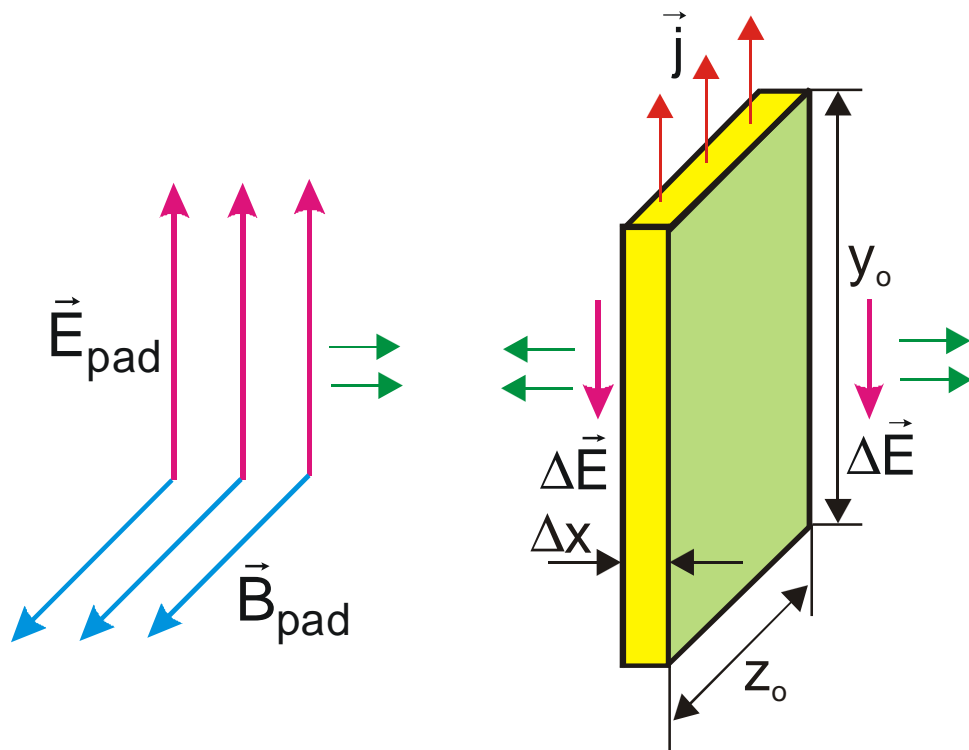
Ponieważ równania Maxwella są liniowe odnośnie E , B i J , więc pełne rozwiązanie jest równe sumie oddzielnych rozwiązań.

Rys. 9.6. Przedstawienie piłokształtnej funkcji w postaci sumy nieskończonej liczby fal sinusoidalnych: (a) dwie fale sinusoidalne; (b) wynik złożenia dwóch fal sinusoidalnych; (c) suma pierwszych dziewięciu i dziewiętnastu fal sinusoidalnych.

Oddziaływanie promieniowania z materią

Dobry przewodnik odbija falę ze 100% efektywnością. Przez dielektryk fala propaguje się nie doznając pochłaniania; jednakże propagacja fali zachodzi wolniej niż w próżni. Te pozorne paradoksy rozwiązuje się stosując podejście mikroskopowe z uwzględnieniem budowy atomowej materii.

Energia promieniowania



Rys. 9.7. Fala padająca \vec{E}_{pad} przemieszcza się w prawo i pada na płytkę indukując prąd, który na prawo i na lewo od płytki promieniuje własne pole $\Delta \vec{E}$.

Na rys. 9.7 pokazano falę elektromagnetyczną padającą na prostokątny element płytki o nieskończonych rozmiarach. Jeżeli gęstość prądu indukowanego jest równa j , to w prostokątnym elemencie będzie płynął prąd

$$I = jz_0 D x$$

Różnica potencjałów pomiędzy górną a dolną krawędzią wynosi $V = E y_0$, a energia tracona w jednostce czasu na ciepło Joule'a wynosi

$$\frac{dW}{dt} = IV = (jz_0 D x) E y_0 = jE(y_0 z_0 D x)$$

gdzie $y_0 z_0 D x$ oznacza objętość elementu płytki.

Moc tracona w jednostce objętości przewodnika wynosi jE .

Jeżeli na przewodzącą płytkę pada płaska fala monochromatyczna, to przy tym nie tylko wydzielą się ciepło z szybkością jE w jednostce objętości, lecz indukowany prąd j także promieniuje falę elektromagnetyczną.

Jeżeli prąd powierzchniowy $J = jDx$, to zgodnie z (9.7)

$$DE = -\frac{cm_0}{2} jDx \quad (9.8)$$

Znak minus wskazuje, że wewnątrz płytki pole $D\dot{E}$ skierowane jest przeciwnie do prądu \dot{j} .

Niech DP_S oznacza straty mocy na jednostkową powierzchnię. W przypadku cienkiej płytki o grubości Dx

$$DP_S = \frac{1}{y_0 z_0} \frac{dW}{dt} = jEDx \quad (9.9)$$

czyli

$$DP_S = -\frac{2}{cm_0} EDE \quad (9.10)$$

Rozpatrzmy teraz stos takich cienkich płytek. Jeżeli stos płytek jest nieskończenie gruby, to pole \dot{E}_{pad} zostanie całkowicie pochłonięte i całkowitą moc promieniowania z jednostki powierzchni wynosi

$$P_S = -\frac{2}{cm_0} \int_{E_{pad}}^0 EdE = \frac{1}{cm_0} E_{pad}^2 = \frac{1}{m_0} E_{pad} B_{pad}$$

Moc promieniowana przez jednostkową powierzchnię charakteryzowana jest wektorem Poytinga. Jego wartość oznaczana jest przez P_S . Ponieważ kierunek strumienia energii określany jest iloczynem wektorowym $\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{B}}$, to \dot{P}_S możemy wyrazić

$$\dot{P}_S = \frac{1}{m_0} \dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{B}} \quad (9.11)$$

Sprawdźmy czy otrzymany wzór nie przeczy otrzymanemu wcześniej wyrażeniu dla energii przypadającej na jednostkę objętości pola [wzór (7.14)]. Rozpatrzmy falę płaską padającą na powierzchnię A . Zgodnie z określeniem P_S , strumień energii w czasie dt wynosi

$$dW = P_S A dt$$

gdzie dW oznacza energię w objętości $dV = A dx$. Ponieważ $dt = dx/c$, stąd

$$dW = P_S A \frac{dx}{c} = \frac{P_S}{c} dV$$

czyli

$$\frac{dW}{dV} = \frac{P_S}{c}$$

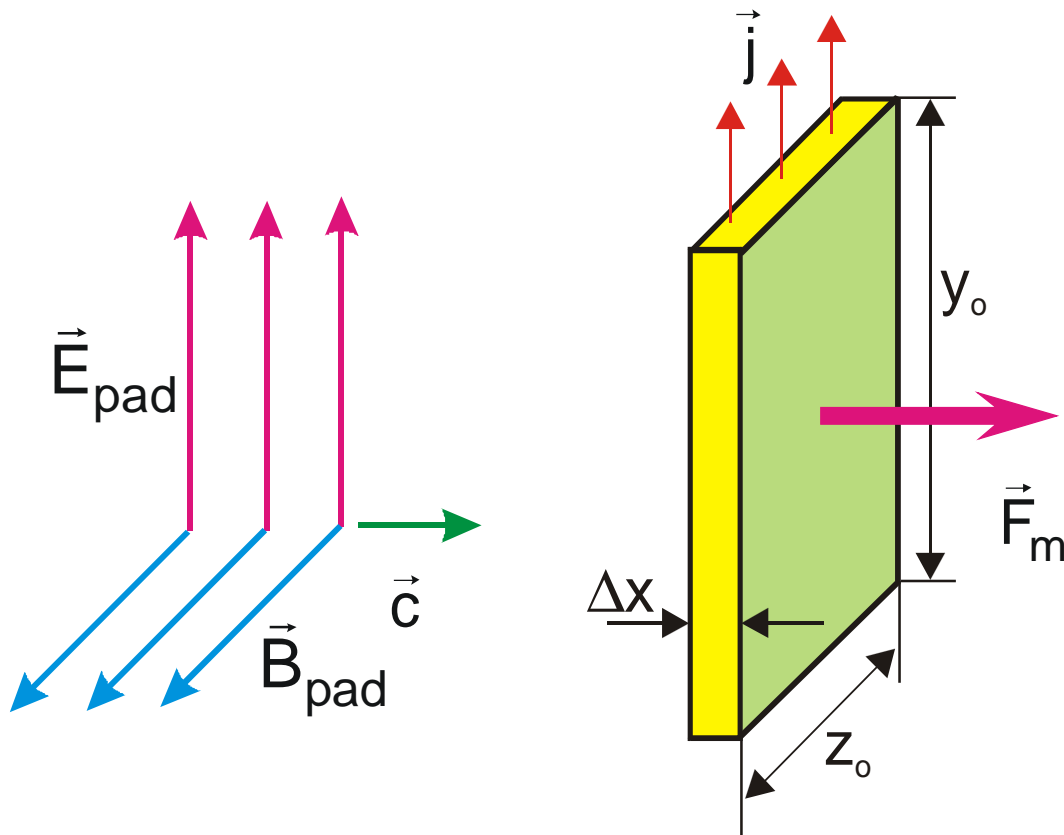
Stosując teraz wyrażenie (9.11) otrzymamy

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{cm_0} EB$$

Zamieniając E na cB

$$\frac{dW}{dV} = \frac{B^2}{2m_0} + \frac{B^2}{2m_0} \quad \text{czyli} \quad w = \frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} \left(e_0 E^2 + \frac{B^2}{m_0} \right)$$

Pęd promieniowania



Rys. 9.8. Padająca fala wywołuje w płytce prąd $I = jz_0 Dx$. Na ten prąd działa siła magnetyczna $\dot{F}_m = I \dot{y}_0 \dot{B}$.

Wykażemy teraz, że płaska fala z rys. 9.7 przekazuje płytce o grubości Dx nie tylko energię, ale i pęd. Rozważmy prostokątny element nieskończonej płytki, którego powierzchnia wynosi $y_0 z_0$ (rys. 9.8).

Ponieważ $jEdt$ jest ilością ciepła Joule'a wydzielającego się w jednostce objętości w czasie dt , to ilość ciepła wydzielającego się w elemencie płytki o objętości $y_0 z_0 Dx$ wynosi

$$dW = (jEdt)(y_0 z_0 Dx)$$

Zamieniając E na cB

$$dW = cjz_0 Dxy_0 Bdt$$

Ponieważ prąd płynący przez rozważany element płytki wynosi $I = j(z_0 Dx)$, więc

$$dW = cly_0 Bdt$$

Na element prądu długości y_0 , prostopadły do padającego pola magnetycznego, działa siła $\dot{\vec{F}}_m = \dot{I} y_0 \times \dot{\vec{B}}$ w kierunku $\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{B}}$ zgodnie z kierunkiem fali padającej. Zamieniając $I y_0 B$ na F_m otrzymujemy

$$dW = c F_m dt$$

Pęd przekazywany elementowi płytki $dp = F_m dt$, czyli $dW = c dp$, a stąd

$$dp = \frac{1}{c} dW \quad (9.12)$$

Tak jak poprzednio, całkując po grubości płytki x otrzymujemy $p = W/c$. Wobec tego **pęd przekazywany płytce przez padającą falę równy jest wielkości $1/c$ pomnożonej przez energię rozproszoną w płytce.**

W dowolnym elemencie objętości pola promieniowania dV zawarta energia wynosi

$$dW = e_0 E^2 dV$$

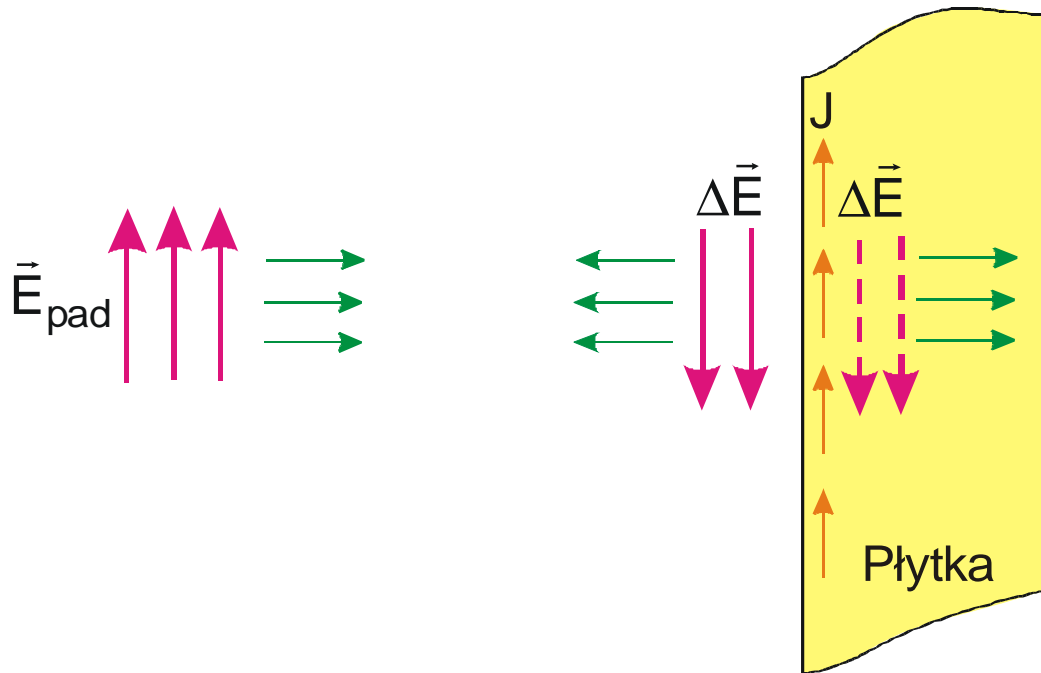
a jego pęd jest równy energii podzielonej przez c .

Element objętości dV charakteryzuje się wektorem pędu (z uwzględnieniem związku $dW = P_s dV/c$)

$$d\vec{p} = \frac{1}{c} \left(\frac{\dot{P}_s}{c} dV \right) \quad (9.13)$$

Energię promieniowania łatwo odczuć umieszczając rękę w strumieniu światła. Jednakże pomiar pędu strumienia świetlnego jest utrudniony na skutek tego, że wartość $1/c$ jest mała.

Odbicie promieniowania od przewodnika



Rys. 9.9. Padająca fala wywołuje w płytce nadprzewodzącej prąd J , który promieniuje pole $\Delta \vec{E}$ równe co do wartości z \vec{E}_{pad} .

W przypadku przewodnika o wysokiej konduktywności s , fala elektromagnetyczna nie jest pochłonięta całkowicie; częściowo jest odbijana.

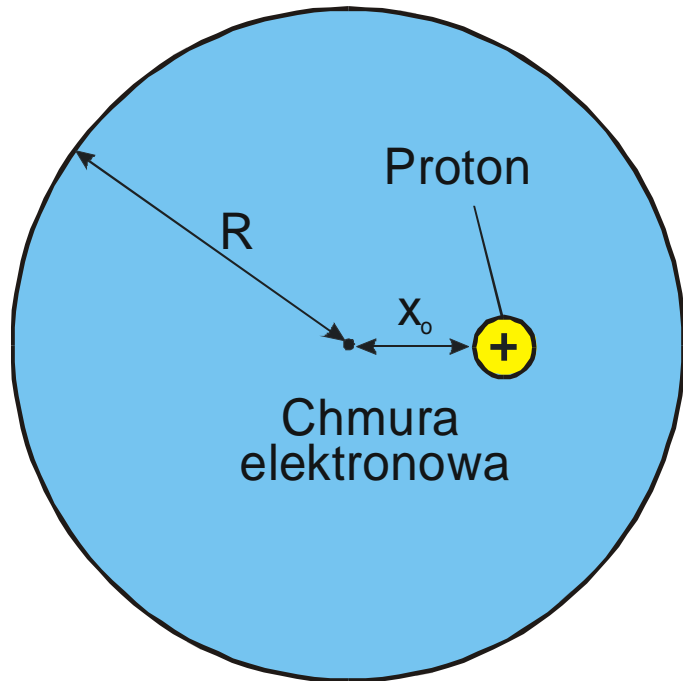
Rozważymy skrajny przypadek $s = \infty$ (nadprzewodnik). Pole elektryczne wewnątrz nadprzewodnika zawsze przyjmuje wartość zerową (w przeciwnym przypadku nieograniczenie wzrósłby prąd). Tak więc indukowany prąd powierzchniowy okazuje się takim, że pole promieniowania $D\vec{E} = -\vec{E}_{pad}$. Wówczas wewnątrz płytki wypadkowe pole

$$\vec{E} = \vec{E}_{pad} + D\vec{E} = 0$$

Na lewo od płytki pole uwarunkowane jest dwoma falami monochromatycznymi o jednakowym natężeniu, biegnącymi w przeciwnych kierunkach (fala stojąca).

Oddziaływanie promieniowania z dielektrykiem

Zewnętrzne elektrony atomów dielektryka ulegają przemieszczaniu pod wpływem zewnętrznego pola elektrycznego.



Rys. 9.10. Elektron traktowany jako jednorodna naładowana kula przesunięty na odległość x_0 względem protonu.

Zewnętrzny elektron atomu traktujemy w postaci kulistego obłoku o promieniu R . Przyjmujemy, że gęstość ładunku jest stała.

Siła działająca na proton zgodnie z równaniem (4.16) wynosi

$$F = eE = e \left(\frac{-e}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r R^3} x \right) = -k_0 \frac{e^2}{R^3} x$$

gdzie $k_0 = 1/4\pi \epsilon_0 \epsilon_r$.

Zgodnie z III prawem Newtona, identyczna siła działa na elektron

$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k_0 e^2}{R^3} x$$

Z powyższego równania otrzymamy

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\left(\frac{k_0 e^2}{m_e R^3} \right) x = -\omega_0^2 x$$

gdzie

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_0 e^2}{m_e R^3}}$$

Siła działająca na zewnętrzną chmurę elektronową wynosi

$$F_{atom} = -m\omega_0^2 x \quad (9.14)$$

gdzie ω_0 częstość kołowa drgań własnych elektronu.

Jeżeli na chmurę elektronową działa pole E_{pad} padającej fali, to wypadkową siłę zapiszemy w postaci

$$F_{wyp} = F_{atom} + (-e)E_{pad}$$

stąd otrzymamy następujące równanie

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -m\omega_0^2 y - e E_{pad}$$

Rozpatrujemy przypadek, kiedy $\dot{\vec{E}}_{pad}$ skierowane jest wzdłuż osi y . Falę padającą w odległości x od źródła zapisujemy jako

$$E_{pad} = E_0 \cos w\left(t - \frac{x}{c}\right)$$


Wówczas

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega_0^2 y - \frac{eE_0}{m} \cos w\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

Rozwiązaniem tego równania różniczkowego jest

$$y = -\frac{eE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \quad (9.15)$$

W powyższy sposób wykazaliśmy jak oddziałuje pojedynczy atom z falą elektromagnetyczną. Teraz rozważymy oddziaływanie fali z dużą ilością takich atomów zawartych w płytce ciała stałego lub w warstwie gazu.



Współczynnik załamania. Dyspersja

- na płytkę o grubości Dx pada fala płaska,
- pole elektryczne fali padającej E_{pad} wymusi drganie harmoniczne elektronów,
- drgający elektron promieniuje falę elektromagnetyczną,
- powstaje fala odbita i przechodząca, lecz teraz nie ma strat na ciepło Joule'a,
- energia zachowuje się w postaci promieniowania elektromagnetycznego, a wobec tego płytka okazuje się przezroczystą dla promieniowania,
- fala elektromagnetyczna propaguje się wewnątrz płytki z prędkością $u < c$.

Chcemy wyjaśnić, że fala elektromagnetyczna propaguje się z prędkością $u < c$.

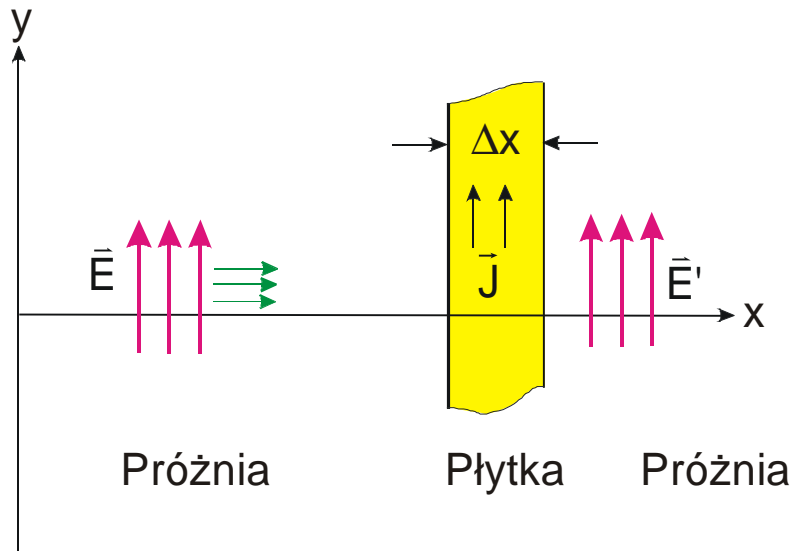
Pole wewnątrz płytki jest superpozycją pola fali padającej i pól promieniowania wszystkich elektronów. Każde z pól z osobna będzie propagować się z prędkością $u = c$, lecz pole wypadkowe może propagować się tak, jakby jego prędkość była mniejsza.

Stosując wzór (9.15) wykażemy, że pole promieniowania każdego elektronu atomowego opóźnia się w fazie o $\pi/2$ względem pola fali padającej, która wywołuje ruch elektronów.

Wyprowadzimy wzór dla współczynnika załamania korzystając z rys. 9.11 i postępując w następujący sposób:

1. Zadamy pole elektryczne fali padającej.
2. Obliczymy prędkość elektronów atomowych w płytce uwarunkowaną wpływem pola elektrycznego fali padającej.
3. Mając tą prędkość (lub gęstość pola elektrycznego), obliczymy wtórne promieniowanie emitowane przez elektrony.
4. Zsumujemy falę padającą i fale wtórne w celu otrzymania wypadkowej emitowanej fali.
5. Znajdziemy związek pomiędzy fazą fali emitowanej a współczynnikiem załamania.

Ad.1. Fala padająca



Pole elektryczne fali padającej ma postać

$$E_{pad} = E_o \cos w \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

Rys. 9.11 Fala padająca \dot{E}_{pad} wytwarza w płytce prąd o gęstości j , którego promieniowanie wnosi wkład w wypadkową falę \dot{E}' .

Ad.2. Prędkość elektronu

Różniczkując wzór (9.15) otrzymujemy wyrażenie na prędkość słabo związanych elektronów:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{eE_0 w}{m(\omega_0^2 - w^2)} \sin w \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

Gęstość prądu w płycie wynosi

$$j = N(-e)v_y$$

gdzie N jest liczbą drgających elektronów w jednostce objętości. Czyli

$$j = -\frac{Ne^2 w E_0}{m(\omega_0^2 - w^2)} \sin w \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

Ad.3. Promieniowanie emitowane przez elektrony

Pole promieniowania emitowane przez elektrony płytki, zgodnie z (9.7), zapiszemy w postaci

$$DE = -\frac{cm_0}{2} jDx$$

gdzie znak "–" wskazuje, że prąd j i wytwarzane przezzeń pole promieniowania charakteryzują się przeciwnymi kierunkami.

Podstawiając wyrażenie dla j , mamy

$$DE = -\frac{cm_0}{2} \left[-\frac{Ne^2wE_0}{m(w_0^2 - w^2)} \sin w \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] Dx$$

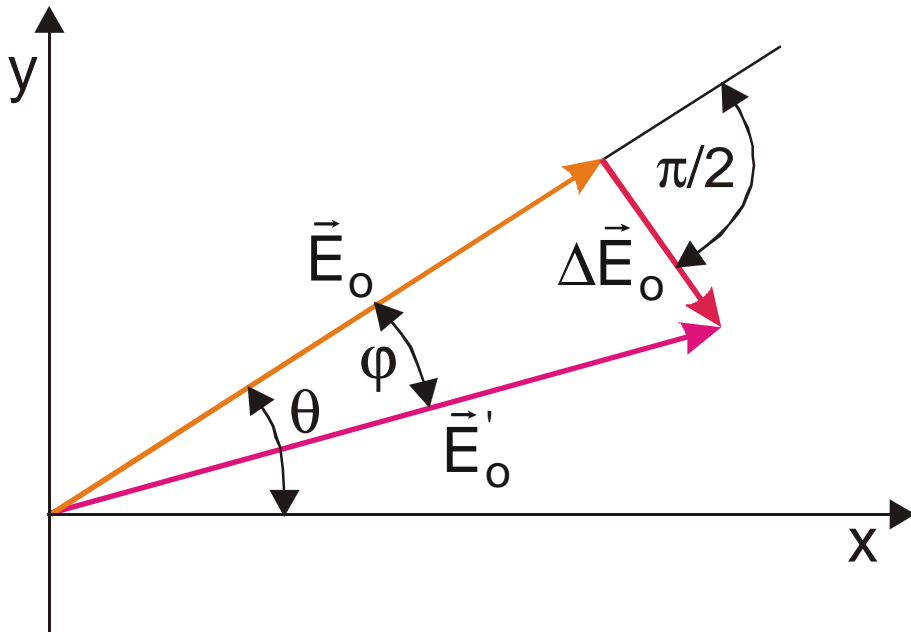
Przepiszemy to wyrażenie w postaci

$$DE = DE_0 \cos \left(wt - kx - \frac{p}{2} \right) \quad (9.16)$$

gdzie $k = w/c$, oraz

$$DE_0 = \frac{cm_0Ne^2w}{2m(w_0^2 - w^2)} E_0 Dx \quad (9.17)$$

Ad.4. Fala wypadkowa



Rys. 9.12. Wykres fazowy dla przypadku dodawania dwóch fal monochromatycznych $E_0 \cos q$ i $DE_0 \cos(q - p/2)$.

Wypadkowe pole elektryczne emitowanej fali stanowi superpozycję pola fali padającej i pola emitowanego przez elektrony atomowe

$$E' = E_{pad} + DE$$

Uwzględniając wyrażenie (9.16) otrzymamy

$$E' = E_0 \cos q + DE_0 \cos\left(q - \frac{p}{2}\right)$$

gdzie $q = w(t - x/c)$.

Chociaż q rośnie z czasem, jednakże obie fale monochromatyczne zachowują stałą różnicę faz równą $\pi/2$.

Z rys. 9.12 można zauważyć, że wektor wypadkowy \dot{E}'_0 przesunięty jest w fazie względem fali padającej o kąt $j = DE_0 / E_0$ (przyjęto przy tym małe kąty zakładając, że $DE_0 / E_0 \ll 1$).

Ad.5. Związek pomiędzy przesunięciem fazowym a współczynnikiem załamania

Fala padająca przechodzi przez płytkę w ciągu czasu

$$t = \frac{Dx}{c},$$

podczas gdy fala rozchodząca się z prędkością $u = c/n$ potrzebuje więcej czasu

$$t' = n \frac{Dx}{c}.$$

Czoło wypadkowej fali przy przejściu przez płytkę opóźni się o

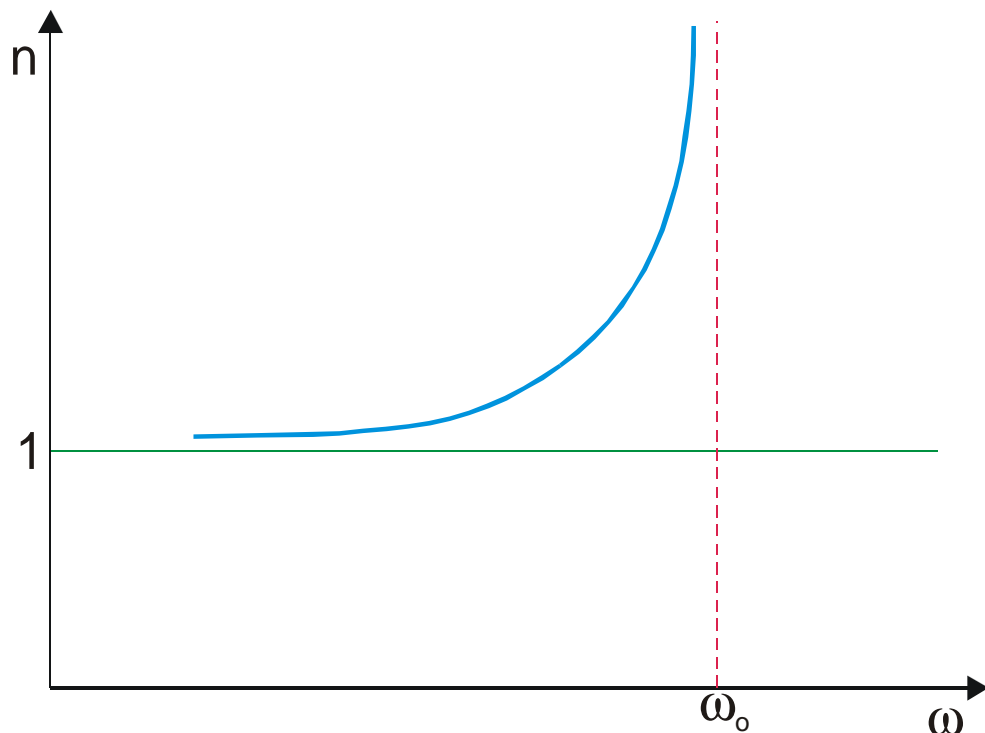
$$Dt' = (n-1) \frac{Dx}{c}.$$

Odpowiada to przesunięciu fazowemu

$$j = wDt = w \left[(n-1) \frac{Dx}{c} \right]$$

Ponieważ $j = DE_o / E$, to

$$w(n-1) \frac{Dx}{c} = \frac{DE_o}{E_o}$$



Rys. 9.13. Krzywa dyspersji normalnej wykreślona zgodnie ze wzorem (9.18).

Podstawiając wyrażenie (9.17) dla DE_o i rozwiązując względem n , znajdujemy

$$n = 1 + \frac{Ne^2}{2e_o m(\omega_o^2 - \omega^2)} \quad (9.18)$$

Jest to wzór określający współczynnik załamania płytki.

Zauważmy także, że stosowaliśmy przybliżenie zgodnie z którym pole fali padającej zmienia się słabo, tj. $DE_o \ll E_o$ i stąd $(n - 1) \ll 1$.

W przypadku dużych n , pole E_{pad} wewnątrz płytki należy zmienić na wypadkowe pole. Komplikuje to obliczenia i nie będziemy ich tutaj przytaczać.

Otrzymany wynik poprawnie określa zależność współczynnika załamania od częstości padającego promieniowania (rys. 9.13).

- Dla większości atomów $w_0^2 > w^2$, gdzie w odnosi się do widzialnego zakresu widma. Odpowiada temu współczynnik załamania większy od 1, czyli prędkość światła mniejsza od c .
- Przy przejściu od zakresu czerwonego do zakresu fioletowego widma widzialnego, współczynnik załamania wzrasta i wzrasta również odchylenie promieni świetlnych przechodzących przez pryzmat, tj. ma miejsce dyspersja normalna.
- Fala elektromagnetyczna propaguje się wewnątrz płytki z prędkością $u < c$.
- Stosunek $c/u = n$ nazywamy współczynnikiem załamania.
- Dla większości ciał stałych, współczynnik załamania równy jest w przybliżeniu 1.5; oznacza to, że prędkość światła w tych ciałach jest niższa o około 33%.

Pole promieniowania ładunków punktowych

Założmy, że w jednostce objętości znajduje się N ładunków. Jeżeli każdy ładunek q drga według prawa

$$y = y_0 \sin \omega t,$$

to gęstość prądu wynosi

$$j = Nq\omega y_0 \cos \omega t,$$

a prąd w warstwie o grubości Dx wynosi

$$J = jDx = (Nq\omega y_0 Dx) \cos \omega t$$

Wówczas stosując wyrażenie (9.7), pole promieniowania jest określone wzorem

$$E_y = \frac{c m_0}{2} Nq\omega y_0 Dx \cos(\omega t - kx) \quad (9.19)$$

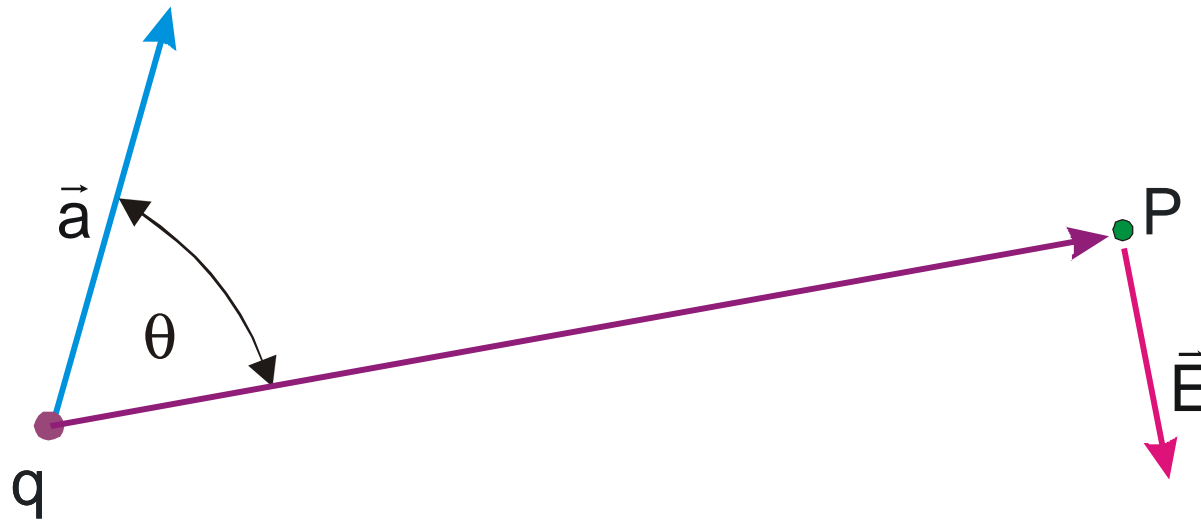
Założmy teraz, że zamiast rozkładu ładunków mamy pojedynczy ładunek q drgający według prawa $y = y_0 \sin \omega t$. Korzystając z równania Maxwella można pokazać, że w odległości r od ładunku q pole promieniowania określone jest wyrażeniem

$$E = \frac{m_0 q \omega^2 y_0}{4\pi r} \sin \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \sin \varphi \quad (9.20)$$

gdzie φ jest kątem pomiędzy wektorem przyśpieszenia a wektorem wodzącym (rys. 9.14).

Uwzględniając, że przyspieszenie $a = -\omega^2 y_0 \sin \omega t$, mamy

$$E = -\frac{m_0 q}{4\pi \epsilon_0 r} a\left(t - \frac{r}{c}\right) \sin \theta \quad (9.21)$$

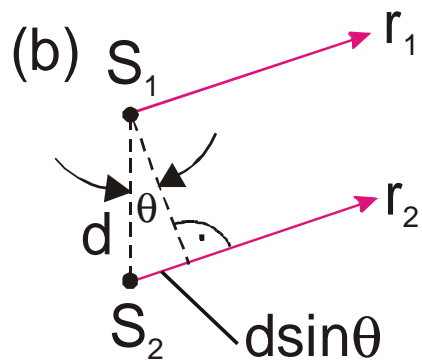
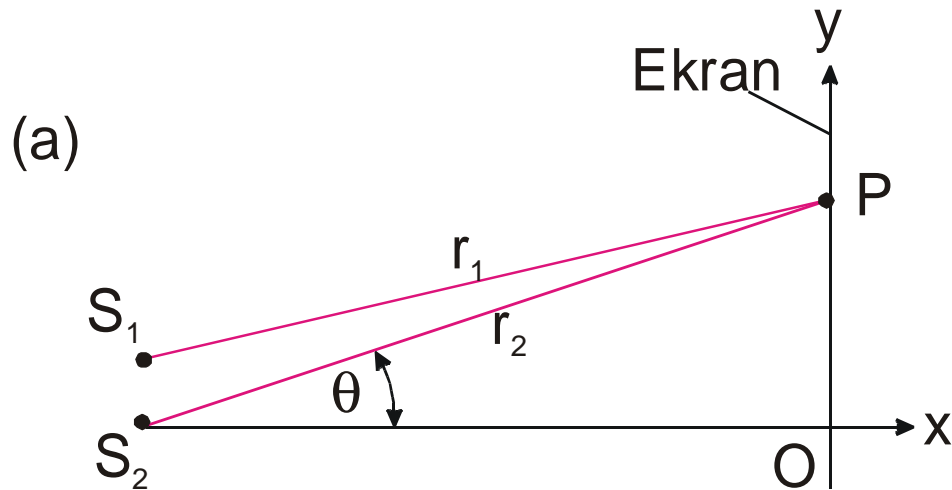


Rys. 9.14. Kierunek pola promieniowania \dot{E} wytwarzanego przez ładunek punktowy q poruszający się z przyspieszeniem \dot{a} .

We wzorze tym $a(t - r/c)$ oznacza przyspieszenie z wcześniejszej chwili czasu $t - r/c$. Wektor \dot{E} skierowany jest prostopadle do wektora wodzącego \dot{r} (rys. 9.14). Wzór (9.21) jest poprawny gdy $v \ll c$. Kierunek pola \dot{B} jest prostopadły do \dot{E} i \dot{r} i tak jak poprzednio $B = E/c$.

Interferencja fal elektromagnetycznych

Interferencja fal promieniowanych przez dwa źródła punktowe



Rys. 9.15. (a) Dwa źródła S_1 i S_2 w odległości d od siebie. (b) Powyższe źródła w powiększeniu. Różnica dróg $r_2 - r_1 \approx d \sin \theta$.

Rozważmy dwa dipole elektryczne S_1 i S_2 drgające w fazie w kierunku osi z (rys. 9.15). Przyjmijmy, że moment dipolowy określony jest wzorem

$$p = qz = qz_0 \cos \omega t = p_0 \cos \omega t.$$

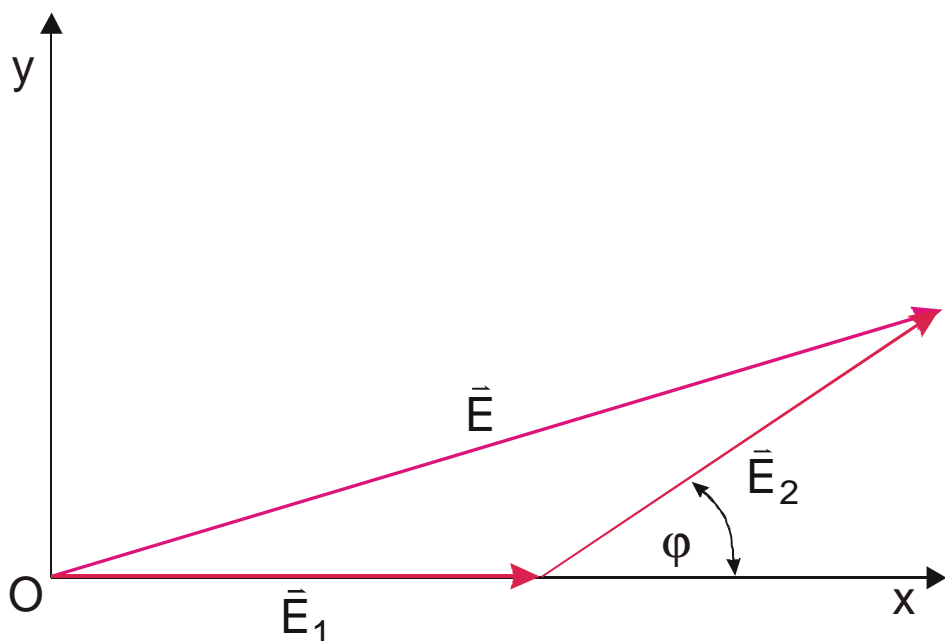
Wówczas przyspieszenie ładunku dipola

$$a = -\omega^2 z_0 \cos \omega t = -\omega^2 (p_0/q) \cos \omega t$$

Podstawiając to wyrażenie do (9.21) znajdujemy pole promieniowania dipola w postaci

$$\begin{aligned} E &= -\frac{m_0 q}{4pr} \left[-\frac{\omega^2 p_0}{q} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \\ &= \frac{m_0 p_0 \omega^2}{4pr} \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) = E_0 \cos(kr - \omega t) \end{aligned}$$

ponieważ $\sin \theta = 1$ i $E_0 = m_0 p \omega^2 / 4pr$.



Rys. 9.16. Wykres fazowy dla przypadku dwóch źródeł o różnicy faz j .

Zgodnie z tym wyrażeniem, pole elektryczne w punkcie P

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \cos(kr_1 - \omega t) + E_0 \cos(kr_2 - \omega t)$$

gdzie

$$E_0 = \frac{m_0 \rho_0 \omega^2}{4\pi r}$$

Kąt φ między wektorami jest równy różnicy faz pól \dot{E}_1 i \dot{E}_2

$$j = (kr_2 - \omega t) - (kr_1 - \omega t) = k(r_2 - r_1)$$

Pole wypadkowe

$$E^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0^2 \cos j = 2E_0^2 (1 + \cos j)$$

Natężenie fali, I , jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy, dlatego

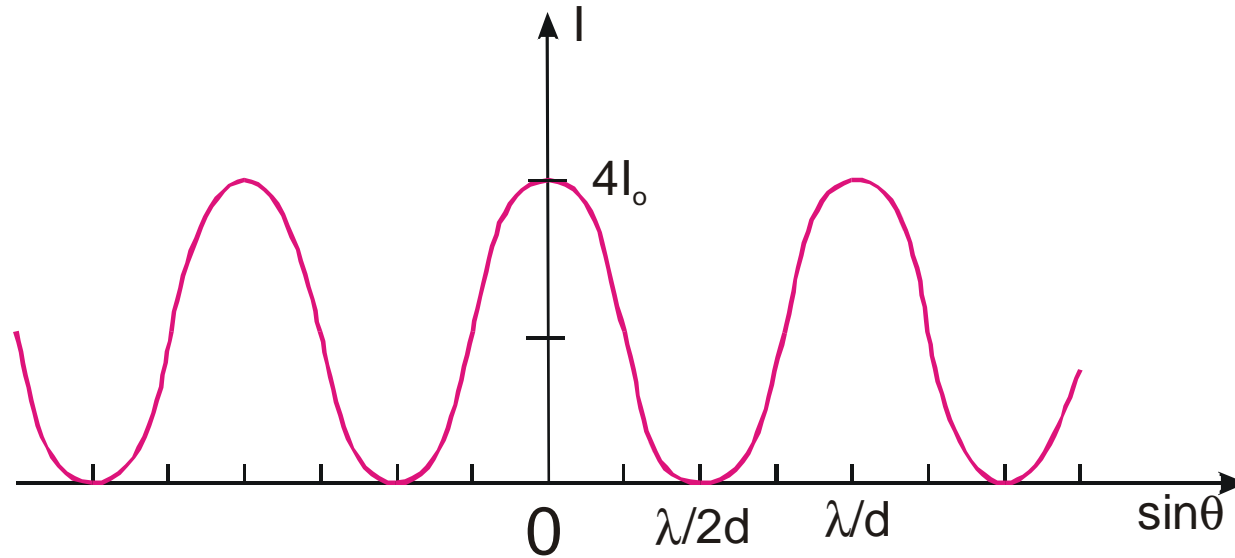
$$I = 2I_0 [1 + \cos k(r_2 - r_1)].$$

Różnica dróg $r_2 - r_1 = d \sin \alpha$, jeżeli odległość od ekranu jest dostatecznie duża.

Warunek, dla którego różnica dróg jest równa $d \sin \theta$, nazywany jest przybliżeniem Fraunhofera.

W tym przypadku

$$I = 2I_0 [1 + \cos(kd \sin \theta)] \quad (9.22)$$



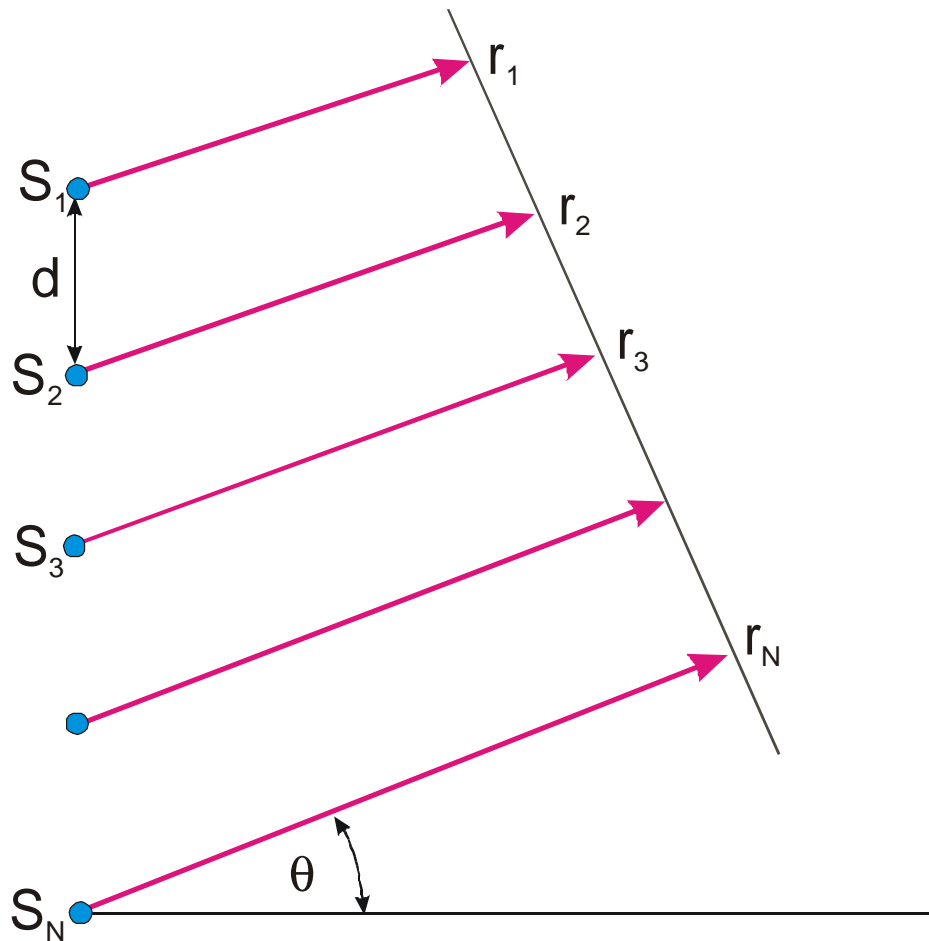
Rys. 9.17. Obraz interferencyjny od dwóch źródeł. Pokazano zależność intensywności od $\sin \theta$.

Maksimum intensywności obserwuje się zawsze, gdy $kd \sin \theta = 2p$, czyli gdy

$$\sin \theta = \frac{n \lambda}{d} \quad (9.23)$$

W tym przypadku różnica dróg, która zgodnie z (9.23) jest równa $d \sin \theta$, wynosi $n \lambda$.

Interferencja fal od większej liczby źródeł



Założmy, że obserwator położony jest pod kątem q względem normalnej do linii łączącej N równomiernie rozmieszczonych źródeł (rys. 9.18). Dla obserwatora różnica faz pomiędzy sąsiednimi źródłami jest równa

$$j = k(r_2 - r_1) = kd \sin q.$$

Z trójkąta równoramiennego z rys. 9.19a mamy

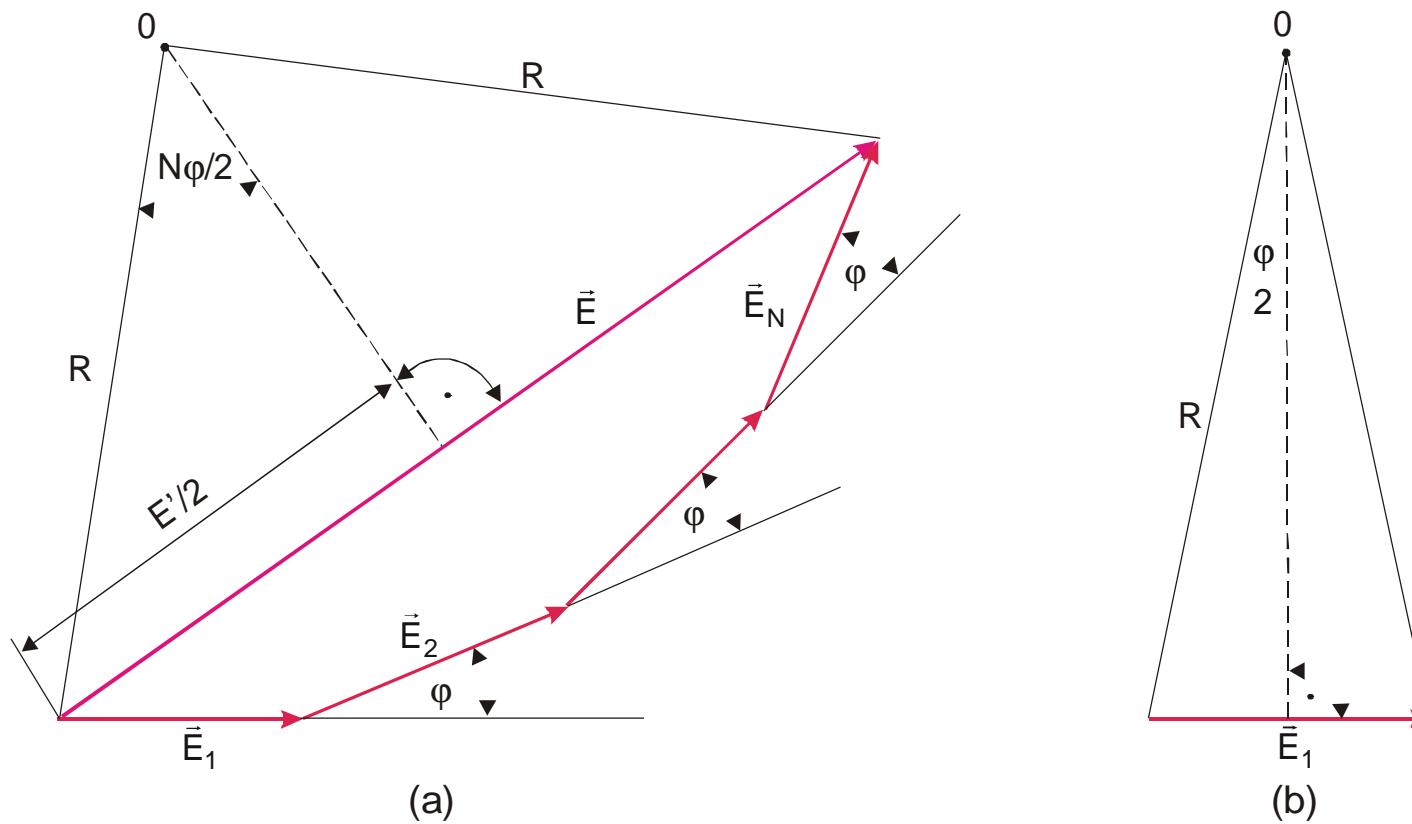
$$\frac{E}{2} = R \sin\left(\frac{Nj}{2}\right)$$

Z kolei z trójkąta prostokątnego na rys. 9.19b mamy

$$\frac{E_1}{2} = R \sin\left(\frac{j}{2}\right)$$

Rys. 9.18. N źródeł we wzajemnej odległości d . Dzieliąc stronami dwa ostatnie równania

$$\frac{E}{E_1} = \frac{\sin\left(\frac{Nj}{2}\right)}{\sin\left(\frac{j}{2}\right)}$$

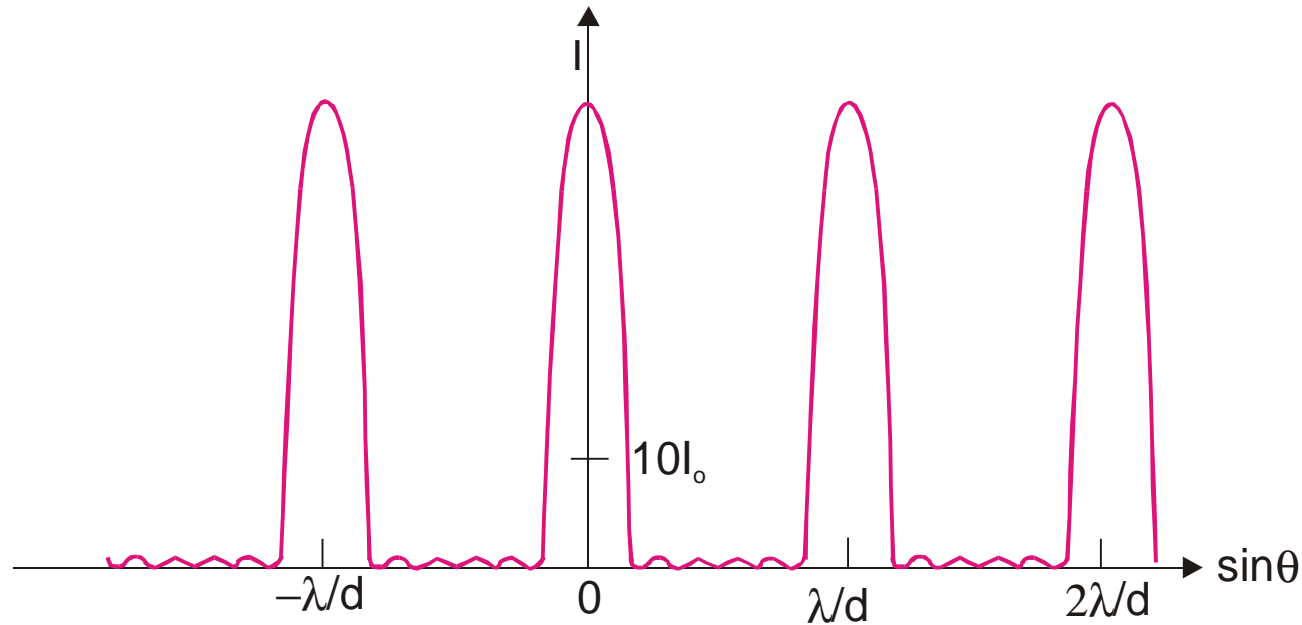


Rys. 9.19. (a) Wykres fazowy dla przypadku N źródeł przedstawionych na rys. 9.18, końce wektorów położone są na okręgu o promieniu R . (b) Wykres dla pierwszego źródła.

i po podniesieniu do kwadratu

$$I = I_o \frac{\sin^2\left(\frac{Nj}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{j}{2}\right)} \quad (9.24)$$

gdzie I_o jest natężeniem fali pojedynczego źródła, a $j = kd \sin\varphi$.



Rys. 9.20. Obraz interferencyjny od sześciu źródeł położonych w jednej linii.

Na rys. 9.20 pokazano rozkład natężenia określony wzorem (9.24). Należy zaznaczyć, że dla $j \rightarrow 0$ mamy $\sin(Nj / 2) \rightarrow Nj / 2$, a $\sin(j / 2) \rightarrow j / 2$, wtedy związek (9.24) można napisać w postaci

$$I \rightarrow I_0 \frac{\left(\frac{Nj}{2}\right)^2}{\left(\frac{j}{2}\right)^2} = N^2 I_0$$

Wobec tego natężenie fali wytworzonej przez N źródeł okazuje się N^2 razy większe od natężenia fali pojedynczego źródła.

Siatka dyfrakcyjna

Dla siatki dyfrakcyjnej rozkład natężenia na ekranie określa wzór

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \left[N \left(\frac{j}{2} \right) \right]}{\sin^2 \left(\frac{j}{2} \right)}$$

gdzie $j = kd \sin q$.

Natężenie przyjmuje wartość $I = N^2 I_0$ w tych przypadkach, kiedy mianownik przyjmuje wartość zerową, czyli kiedy

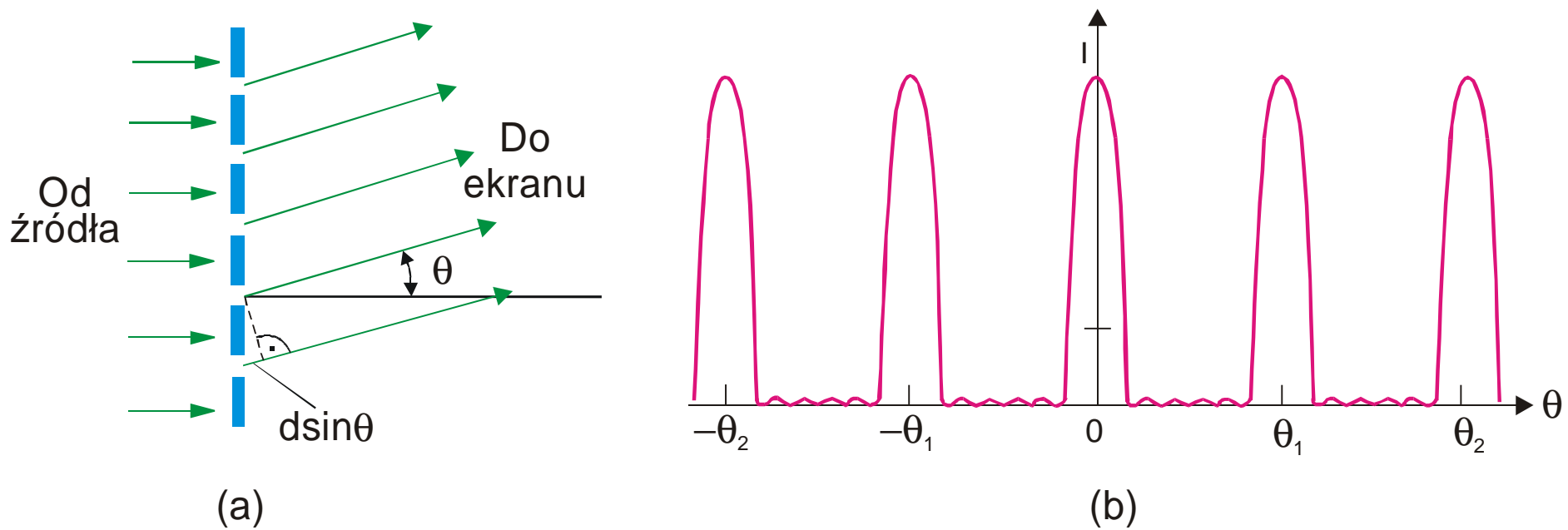
$$j_n = 2p n$$

lub

$$kd \sin q_n = 2p n$$

stąd

$$\sin q_n = n \frac{\lambda}{d} \tag{9.25}$$



Rys. 9.21. (a) Część siatki dyfrakcyjnej w powiększonej skali. (b) Rozkład natężenia na ekranie.

Dla pozostałych kątów q natężenie I w przybliżeniu jest równe I_0 , tj. około N^2 razy mniejsze.

W typowych siatkach dyfrakcyjnych wartość N wynosi kilka tysięcy.

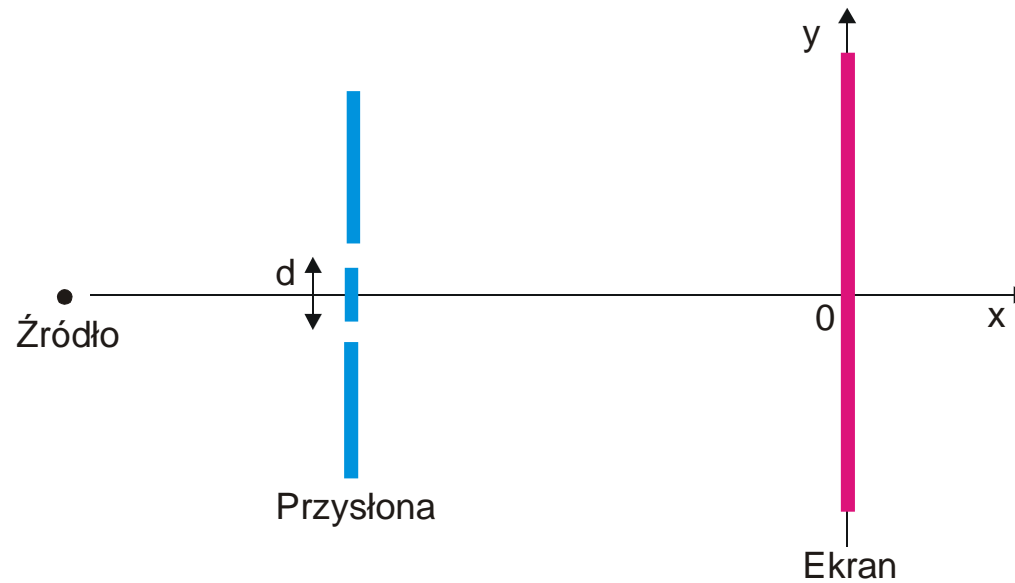
Z pomocą rys. 9.21a nietrudno otrzymać warunek (9.25); różnica dróg dla każdej pary sąsiednich promieni musi wynosić $n\lambda$. Ponieważ ta różnica dróg wynosi $d \sin q$, otrzymamy

$$d \sin q = n\lambda \quad \text{lub} \quad \sin q = \frac{n\lambda}{d}$$

Linia spektralna odpowiadająca długości fali λ jest obserwowana pod kątem określonym związkiem $\sin q = \lambda/d$. Obraz linii drugiego rzędu będzie odpowiadać $\sin q = 2\lambda/d$, trzeciego rzędu $\sin q = 3\lambda/d$, itd.

Dyfrakcja światła

Dwie szczeliny oświetlone są pojedynczym źródłem światła. Rozkład natężenia światła na ekranie opisany jest wzorem (9.22) i przedstawia taki obraz jakby szczeliny były zastąpione przez dwa źródła światła. Pierwszy taki eksperyment przeprowadził Thomas Young w 1803 r.



Rys. 9.22. Schemat doświadczenia interferencji światła z dwóch szczelin.

Zasada Huygensa

W XVIII w. Christian Huygens sformułował następującą zasadę, nie dowodząc jej: **jeżeli czoło fali przechodzi przez jeden lub kilka otworów, każdy element czoła fali zachowuje się tak jakby był źródłem fali.**

Na pierwszy rzut oka może to wydawać się dziwne, gdy odniesiemy to do np. siatki dyfrakcyjnej. W otworach nie mamy źródeł prądu; prądy mogą indukować się w dowolnym miejscu ekranu za wyjątkiem otworów.

Wykażemy matematycznie, że promieniowane przez źródło prądu pole wypełniające otwór w ekranie jest zgodne z polem fali padającej na ekran z otworami.

Oznaczamy pole promieniowane przez prądy indukowane w ekranie jako E_{ekr} . Wówczas na prawo od ekranu wypadkowe pole zapiszemy w postaci

$$E_{wyp} = E_{pad} + E_{ekr} \quad (9.26)$$

gdzie E_{pad} jest polem wytwarzanym przez źródło w nieobecności ekranu.

Teraz zakryjmy otwory dodatkowymi ekranami, których rozmiary są zgodne z rozmiarami otworów. Niech E_{otw} oznacza pole promieniowane przez prądy w ekranach zakrywających otwory. Wówczas mamy

$$E_{wyp} = E_{pad} + E_{ekr} + E_{otw} = 0$$

na prawo od ekranu, stąd

$$-E_{otw} = E_{pad} + E_{ekr}$$

$$|E_{otw}|^2 = |E_{pad} + E_{ekr}|^2$$

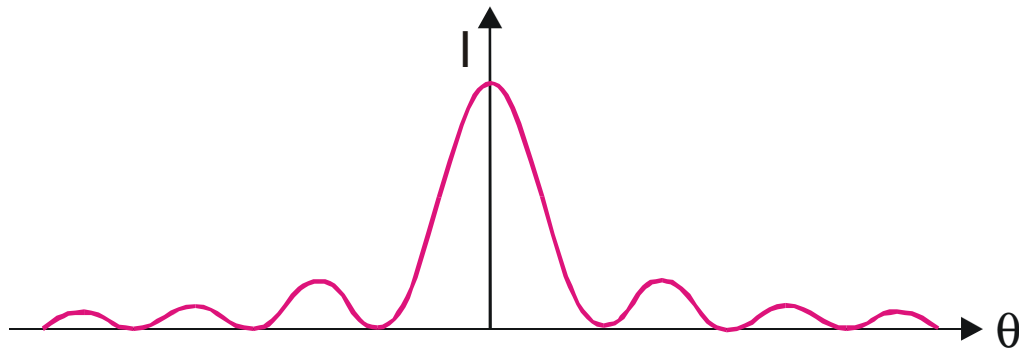
Prawa strona tego równania jest zgodna z polem odpowiadającym realnej sytuacji fizycznej [wzór (9.26)]; a lewa świadczy o tym, że sytuacja ta jest matematycznie równoważna rozkładowi intensywności promieniowania wywołanego źródłami prądów położonych w otworach i emitujących promieniowanie niezależnie od siebie.

Wykazaliśmy, że jeżeli każdy element frontu falowego przechodzącego za ekran traktować jako nowe punktowe źródło, to rozkład intensywności będzie identyczny jak w przypadku ekranu i oddzielnego źródła.

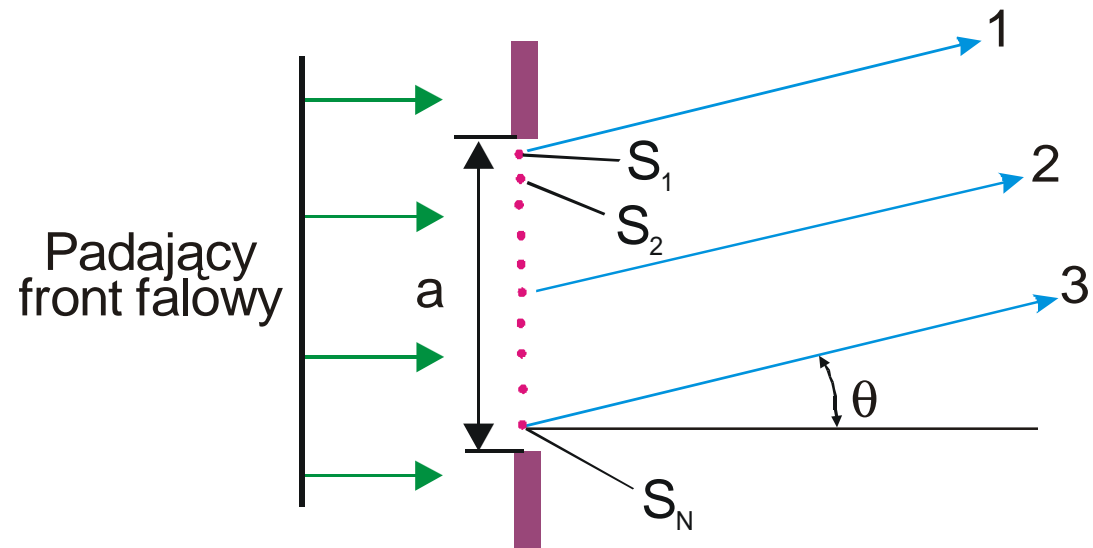
Jednakże rozważania należy nieznacznie skorygować ze względu na efekty graniczne (przeprowadzony przez nas dowód zakładał, że indukowane prądy mogą przecinać krawędzie otworów).

Dyfrakcja na pojedynczej szczelinie

Równoległa wiązka światła monochromatycznego padając na pojedynczą szczelinę o szerokości a tworzy na oddalonym ekranie obraz interferencyjny pokazany na rys. 9.23. Podobna interferencja powstająca od pojedynczej szczeliny lub od krawędzi ekranu nazywana jest dyfrakcją.



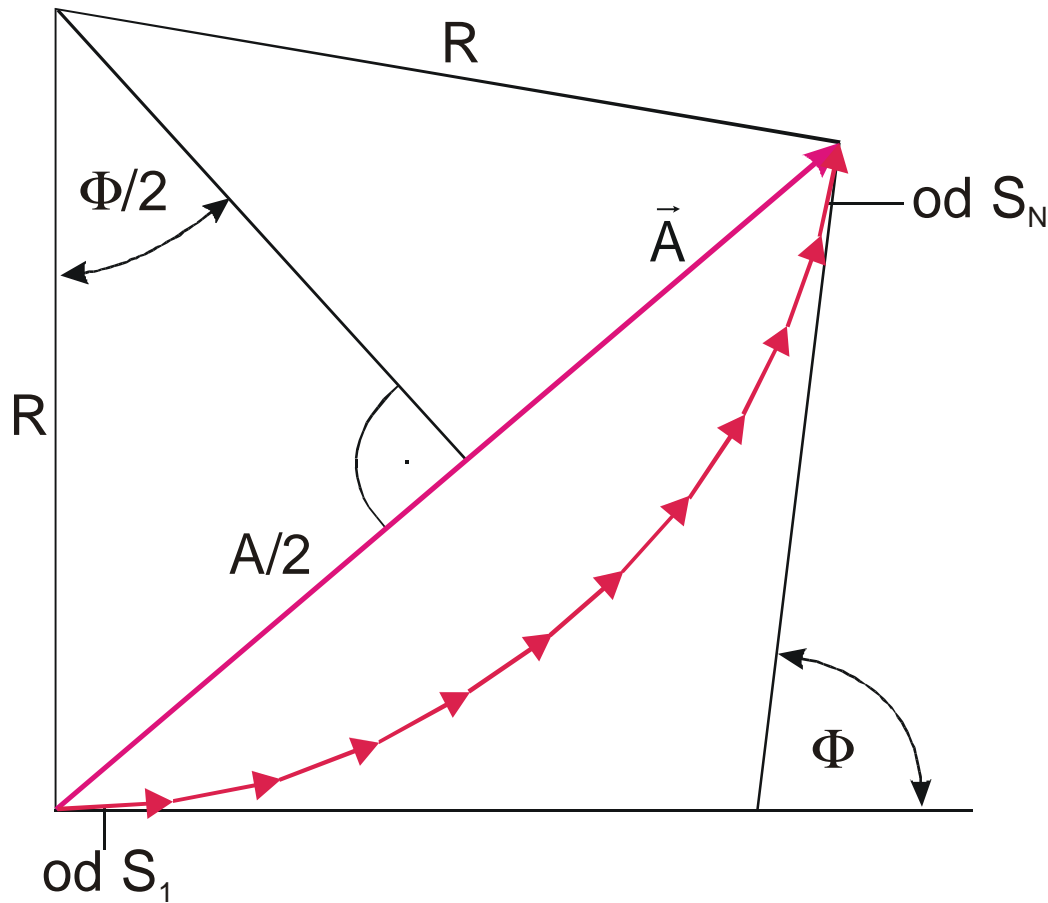
Rys. 9.23. Rozkład intensywności na oddalonym ekranie przy dyfrakcji na pojedynczej szczelinie.



Rys. 9.24. Promieniowanie od pojedynczej szczeliny. Promień 1 i 3 wychodzą od krawędzi, a promień 2 ze środka szczeliny.

Korzystając z rys. 9.24 łatwo można określić kąt q , przy którym obserwuje się pierwsze minimum natężenia. Zgodnie z zasadą Huygensa szczelinę możemy traktować jako zbiór pojedynczych źródeł S_1, S_2, \dots, S_N .

Różnica dróg między promieniami 1 i 2 wynosi $(a/2) \sin q$. Aby uzyskać różnicę faz między nimi wynoszącą π , różnica dróg powinna wynosić $\lambda/2$. Kąt odpowiadający pierwszemu minimum natężenia określony jest z równania



$$\frac{a}{2} \sin q_1 = \frac{\lambda}{2}$$

czyli

$$\sin q_1 = \frac{\lambda}{a} \quad (9.27)$$

Wartość natężenia dla dowolnego kąta q otrzymuje się w wyniku zsumowania wkładów nieskończenie małych źródeł (rys. 9.25).

Odpowiednie wektory tworzą łuk, dla którego wypadkowa różnica faz dla skrajnych promieni 1 i 3 wynosi

$$F = ka \sin q$$

Wypadkową amplitudę A można znaleźć z trójkąta prostokątnego

$$\sin\left(\frac{F}{2}\right) = \frac{A/2}{R}$$

Rys. 9.25. Wektor \vec{A} stanowi sumę wektorową sygnałów od N źródeł przedstawionych na rys. 9.18. F oznacza różnicę faz pomiędzy pierwszym a ostatnim źródłem.

stąd

$$A = 2R \sin\left(\frac{F}{2}\right) \quad (9.28)$$

Długość łuku równa jest A_o . Jest to wypadkowa amplituda widziana pod kątem 0° , równa promieniowi R pomnożonemu przez kąt F (w radianach)

$$RF = A_o$$

Stąd znajdujemy

$$R = \frac{A_o}{F}$$

Podstawiając tę wielkość do (9.28) mamy

$$A = A_o \frac{\sin\left(\frac{F}{2}\right)}{\frac{F}{2}}$$

Rozkład natężenia

$$I = I_o \left[\frac{\sin\left(\frac{F}{2}\right)}{\frac{F}{2}} \right]^2 \quad (9.29)$$

gdzie $F = ka \sin\alpha$.

Kolejne minima obserwuje się przy $F/2 = np$, lub przy

$$\frac{ka \sin q}{2} = np$$

czyli

$$\sin q_{min} = n \frac{\lambda}{a} \quad (n \geq 1)$$

Warunek ten jest zgodny z otrzymanym poprzednio.



Koherentność i niekoherentność

Dotychczas badaliśmy efekty interferencyjne wywołane źródłami, które znajdowały się w fazie względem siebie lub z pewną stałą różnicą faz. Takie źródła nazywamy koherentnymi lub spójnymi.

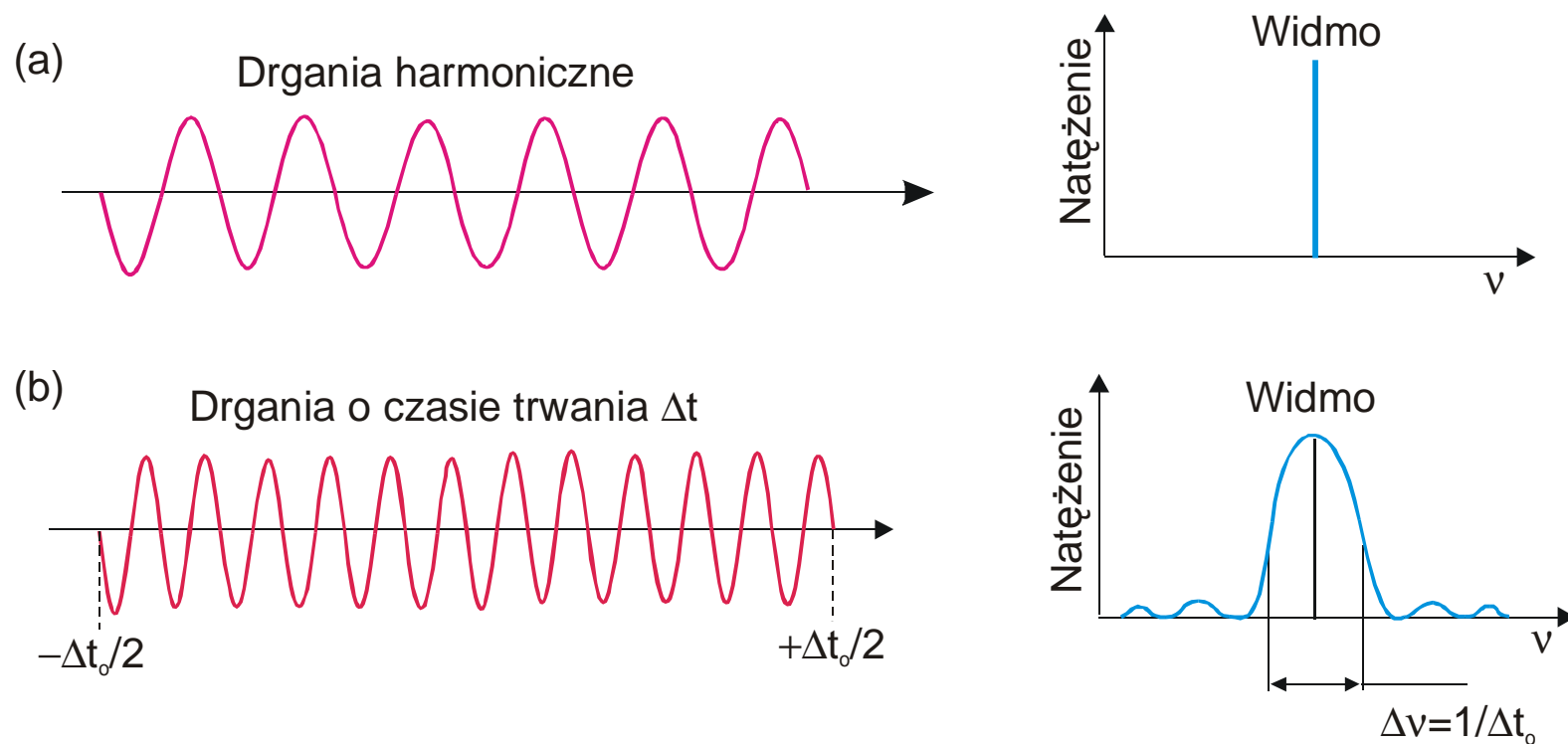
Koherentność dwu wiązek określa ich zdolność do interferowania; wiązki spójne interferują, wiązki niespójne są tej właściwości pozbawione.

Koherentne wiązki światła można również otrzymać stosując półprzezroczyste zwierciadła – jak w interferometrze Michelsona. Jednakże w przypadku, kiedy obydwa ramiona interferometru mają różną długość, obraz interferencyjny może zniknąć, jeżeli różnica dróg optycznych przekracza pewną wielkość DL_o odpowiadającą różnicy czasu $Dt_o = DL_o/c$. **Wielkość DL_o nazwana jest długością koherentności, a Dt_o – czasem koherentności.**

Linie emisyjne źródła interferometru charakteryzują się szerokością Df w skali częstotliwości. Szerokość ta związana jest z czasem koherentności Dt_o związkiem

$$2\pi Df Dt_o \approx 1$$

- Z mechaniki kwantowej wiadomo, że światło stanowią fotony emitowane przez różne atomy.
- Ciąg fal emitowanych nie jest nieskończenie długi (jest niekoherentny).
- Wiązka światła niekoherentnego składa się z ciągu fal o skończonej długości, poprzedzielanych przypadkowymi przerwami.
- Docierające do punktu obserwacji dwie takie wiązki nakładają się na siebie, ale różnica faz ciągów fal obu wiązek zmienia się chaotycznie, wskutek czego interferencja nie zachodzi.
- Jednakże w odcinku czasu $D t_o = 1/2p Df$, gdzie Df jest obserwowaną szerokością linii, dowolna para fotonów będzie zachowywać względem siebie stałą fazę. Fotony te zachowują się jak paczki falowe o długości $L_o = c D t_o \approx c/2p Df$.
- Częstotliwość źródła światła monochromatycznego zmienia się w przedziale $(f_o - Df/2)$ do $(f_o + Df/2)$. Dwie czysto sinusoidalne fale różnią się częstotliwościami o Df , będą się różnić w fazie w czasie $D t \approx 1/2p Df$.
- Najbardziej wąskim liniom widm atomowych odpowiada $D t_o \approx 10^{-8}$ s.
- W laserze dryf częstotliwości jest mniejszy i dlatego czas koherentności jest większy.
- Koherentność to najważniejsza i najcenniejsza własność światła laserowego.



Rys. 9.26. (a) Drgania harmoniczne o widmie liniowym. (b) Drgania o czasie trwania Δt_0 i widmie Fouriera.

Wektory $\dot{\vec{E}}$ i $\dot{\vec{B}}$ o nieskończenie długim ciągu falowym opisujemy wzorem typu

$$S(t) = S_0 \cos \omega_0 t$$

Drganie, które opisuje powyższy wzór jedynie przez czas trwania Δt_0 , a poza tym przedziałem czasu $S(t) = 0$, nie są harmonicznymi; nie charakteryzują się bowiem ściśle określoną częstotliwością, lecz pewnym widmem częstotliwości (patrz pkt. 9.2). Drgania te opisuje wzór

$$S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(n) \cos 2\pi n t \, dn$$

gdzie funkcja $G(f)$ jest amplitudą drgań o częstotliwości f , zwana również widmem Fouriera, przy czym

$$G(n) = \int_{-\infty}^{\infty} G(n) \cos 2\pi n t \, dt = S_o D t_o \frac{\sin[p(n - n_o) D t_o]}{p(n - n_o) D t_o}$$

Jeżeli Df oznacza szerokość widmową linii, wówczas $Df = 1/Dt_o$. **Czas Dt_o nazywamy czasem koherentności, a długość $DL_o = cDt_o$ długością koherentności.**

Polaryzacja światła

Za kierunek polaryzacji wybrano kierunek wektora \vec{E} .

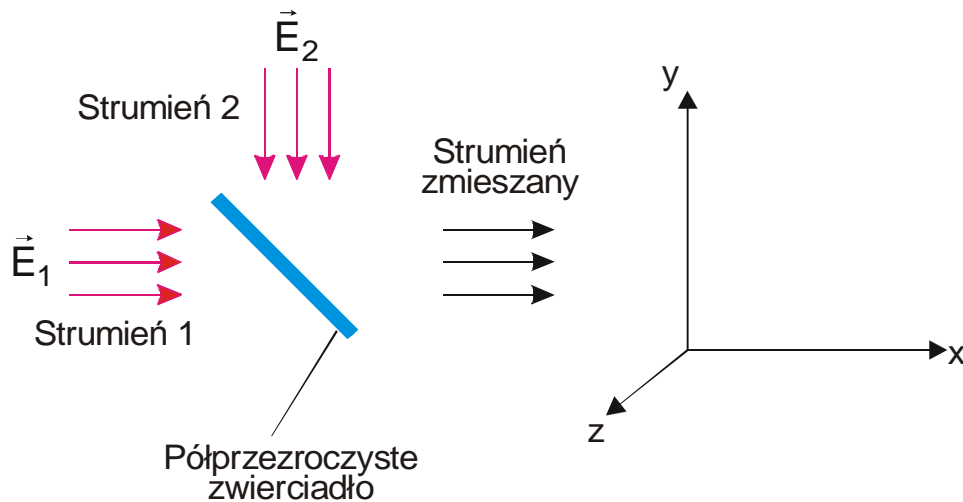
Płaszczyzną polaryzacji określa się płaszczyznę, w której leżą wektor \vec{E} i wektor kierunku propagacji fali.

Promieniowanie elektromagnetyczne, którego kierunek pola \vec{E} jest stały nazywamy płaskopolaryzowanym, lub spolaryzowanym liniowo.

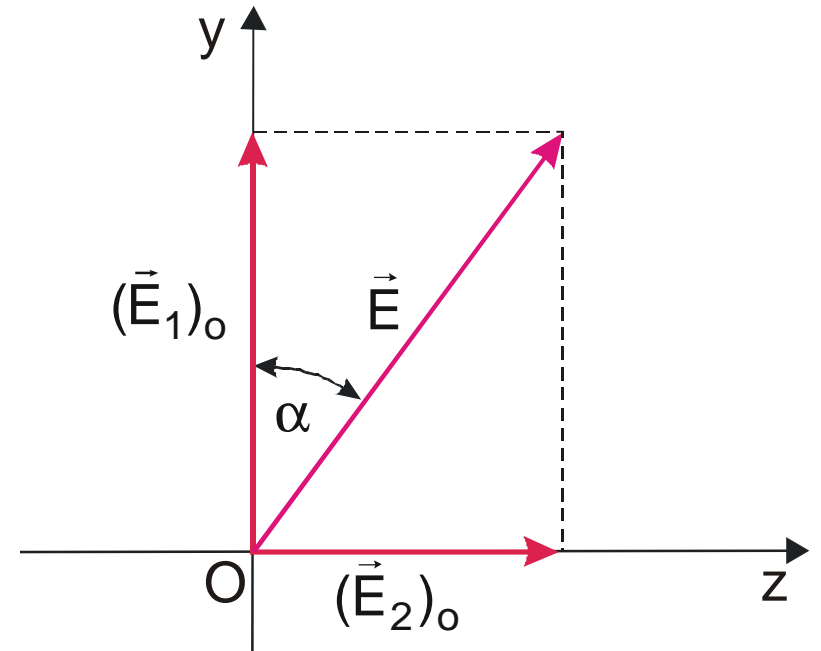
W wiązce światła źródła niekoherentnego, kierunek pola elektrycznego zmienia się chaotycznie w przestrzeni pozostając jednak prostopadłym do kierunku propagacji fali. Taką wiązkę nazywamy niespolaryzowaną.

Polaryzacja kołowa

Wiązka 1 spolaryzowana jest pionowo (wektor \vec{E}_1 położony jest w płaszczyźnie xy), a wiązka 2 spolaryzowana jest poziomo (wektor \vec{E}_2 położony jest w płaszczyźnie xz).



Rys. 9.27. Dwie wiązki światła spolaryzowanego liniowo mieszane za pomocą zwierciadła półprzezroczystego. Pole \vec{E}_2 skierowane jest na czytelnika z płaszczyzny rysunku równoległe do osi z .



Rys. 9.28. Rzut na płaszczyznę yz pól pokazanych na rys. 9.27.

Obydwie fale opisujemy

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega t - kx) \quad ; \quad E_2 = E_{20} \cos(\omega t - kx)$$

przy czym kierunki pól E_{10} i E_{20} tworzą kąt prosty (rys. 9.28).

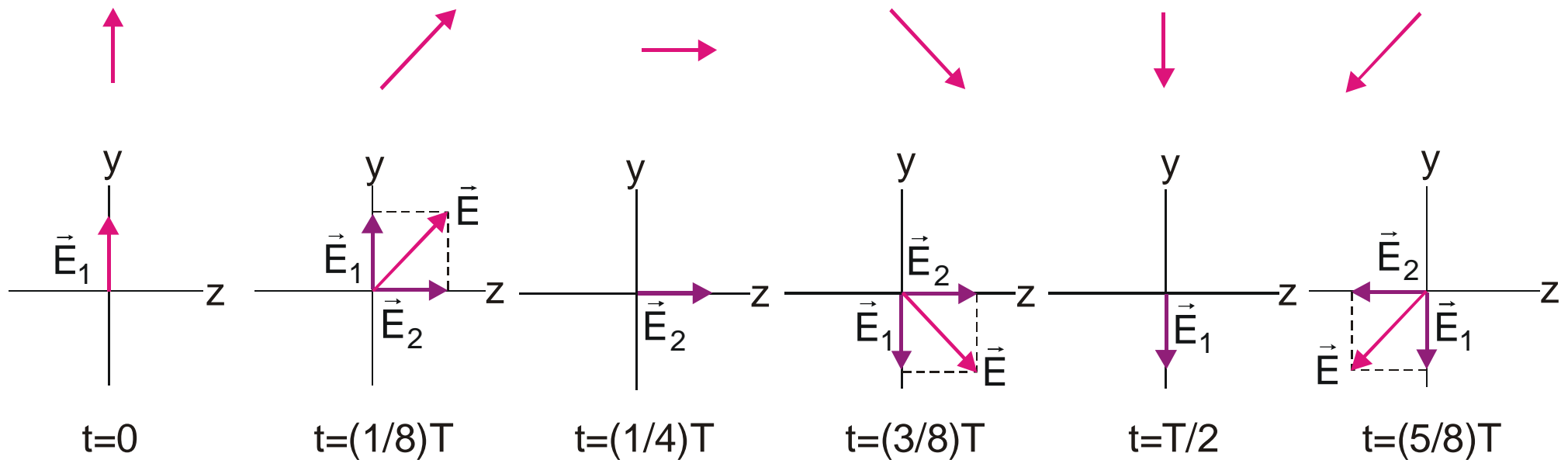
Wektor wypadkowego pola elektrycznego zawsze położony jest w płaszczyźnie, która tworzy kąt a z pionem, przy czym

$$\operatorname{tga} = \frac{E_{20}}{E_{10}}.$$

Jeżeli $E_{10} = E_{20}$, to $a = 45^\circ$. Wypadkowa wiązka światła jest płaskopolaryzowana, przy czym płaszczyzna polaryzacji tworzy kąt 45° z pionem.

Jeżeli dwie wiązki przesunięte są w fazie o $\pi/2$, to przy $x = 0$ mamy

$$E_y = E_{10} \cos wt \quad \text{i} \quad E_z = E_{20} \cos(wt - p/2).$$

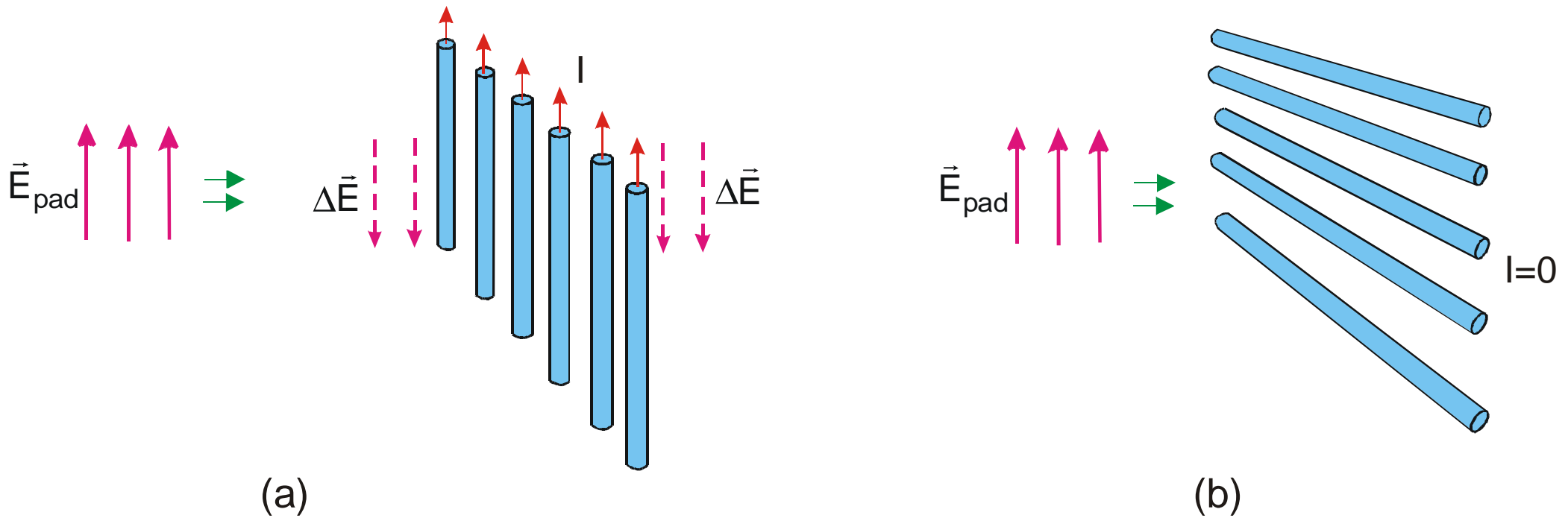


Rys. 9.29. Pole wypadkowe w płaszczyźnie yz w kolejnych chwilach czasu dla przypadku kiedy wiązka 2 opóźnia się w fazie w stosunku do wiązki 1 o kąt $\pi/2$. Wypadkowe pole \vec{E} obraca się zgodnie ze wskazówką zegara. E_y i E_z mają jednakowe amplitudy.

- Wypadkowy wektor \vec{E} (stały co do wartości) obraca się zgodnie ze wskazówką zegara wokół osi x wykonując jeden obrót w okresie drgań T . Taką polaryzację fali nazywamy lewą polaryzacją kołową.
- Jeżeli wektor \vec{E} obraca się w kierunku przeciwnym do wskazówek zegara (kiedy patrzymy w kierunku propagacji wiązki), to taką polaryzację nazywamy prawą polaryzacją kołową.
- Jeżeli zmieszać wiązki o jednakowym natężeniu, z których jedna jest spolaryzowana kołowo w lewo a druga – w prawo, to w rezultacie otrzymamy wiązkę płaskopolaryzowaną.

Polaryzatory

Wiązkę światła niespolaryzowanego można spolaryzować, jeżeli przepuścić ją przez polaryzator. Ekran wykonany z cienkich równoległych drucików jest pięknym przykładem polaryzatora dla fal milimetrowych (mikrofal); pokazano to na rys. 9.30.



Rys. 9.30. Fala elektromagnetyczna z polaryzacją pionową padająca na ekran równoległych drucików (a) Ekran z pionowymi drucikami odbija falę. (b) Ekran z poziomymi drucikami nie odbija fali; fala przechodzi przez ekran bez osłabienia.

Jeżeli wiązka promieniowania mikrofalowego spolaryzowana jest pionowo i druciki także ułożone są pionowo, to w każdym druciku indukuje się prąd I . Indukowany prąd emituje pole

$$D\dot{\mathbf{E}} = -\dot{\mathbf{E}}_{pad}.$$

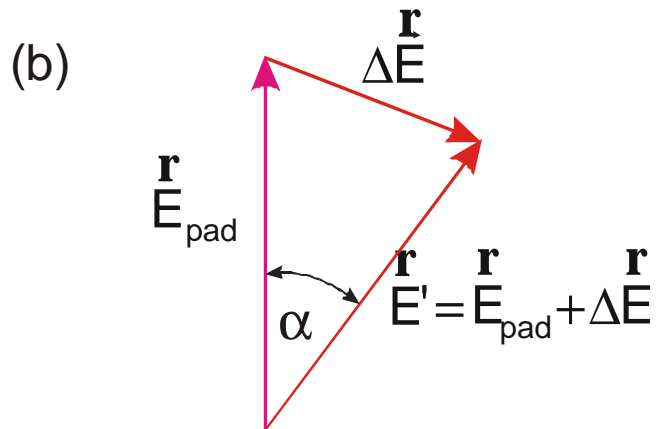
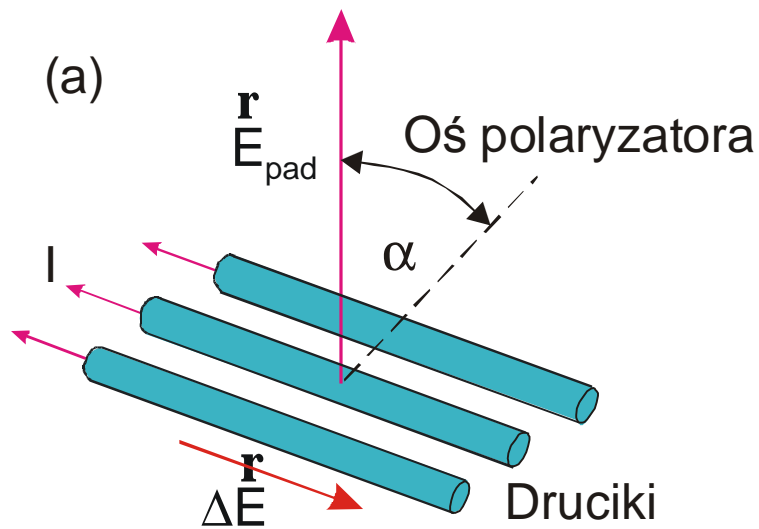
Na prawo od polaryzatora, wypadkowe pole

$$\dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{E}}_{pad} + D\dot{\mathbf{E}} = 0.$$

Przy takiej orientacji, polaryzator zachowuje się analogicznie do idealnego zwierciadła, które nie przepuszcza wiązki.

Jeżeli druciki są prostopadłe do $\dot{\mathbf{E}}_{pad}$ to pionowe prądy nie indukują się, nie powstaje dodatkowe promieniowanie i padająca fala przechodzi bez strat.

Za oś polaryzatora przyjmujemy linię prostopadłą do linii, w której kierunku położone są druciki (rys. 9.31).



Rys. 9.31. (a) Widok przekroju poprzecznego wiązki (wiązka wnika w płaszczyznę rysunku); wektor pionowej polaryzacji wiązki tworzy kąt a z osią polaryzatora stanowiącego druciki promieniujące pole $D\dot{E}$. (b) Wypadkowe pole \dot{E}' za drucikami.

Jeżeli oś polaryzatora tworzy kąt a z kierunkiem \dot{E}_{pad} , to polaryzator będzie promieniować pole $D\dot{E}$ pod kątem prostym do osi. Ponieważ $D\dot{E}$ kompensuje składową \dot{E}_{pad} w tym kierunku, więc wypadkowe pole \dot{E}' będzie przedstawiać składową pola \dot{E}_{pad} równoległą do osi, a więc

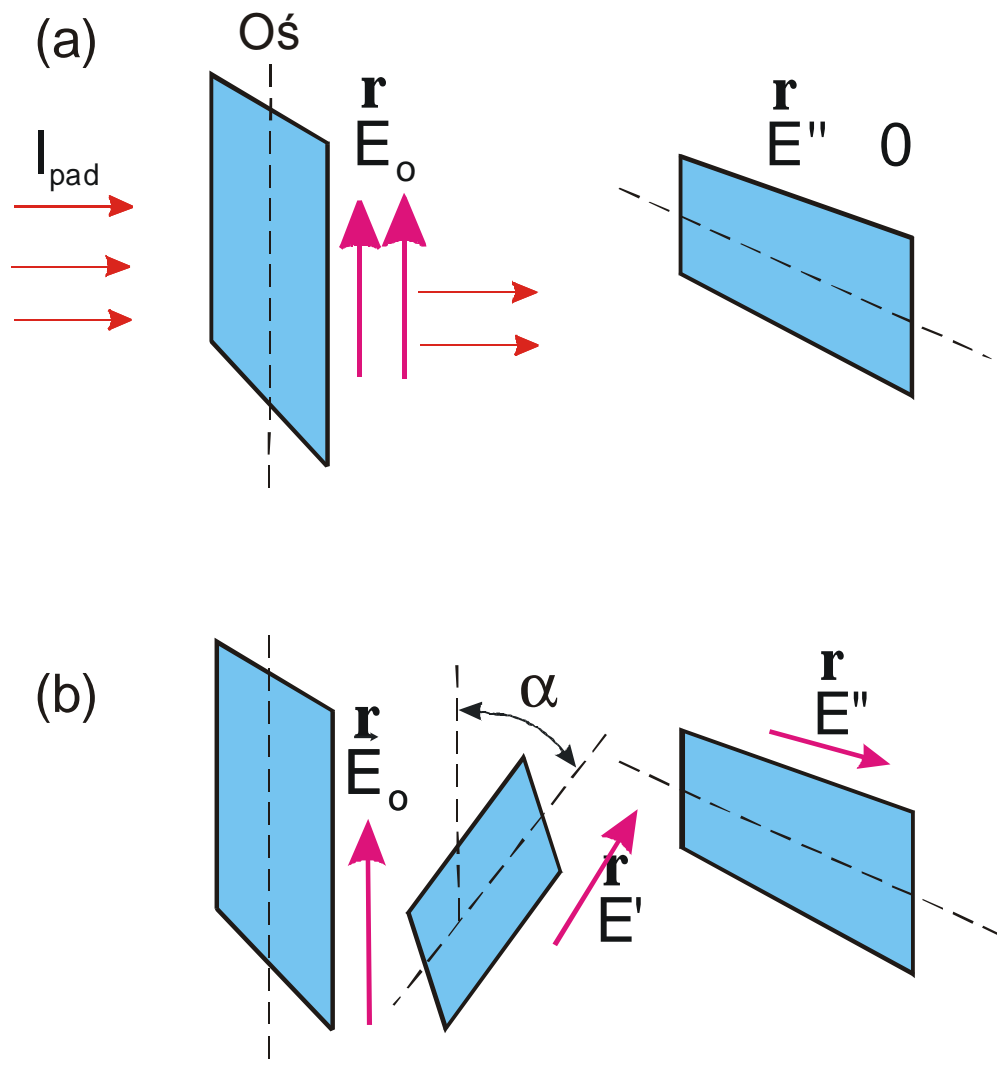
$$E' = E_{pad} \cos a$$

czyli

$$I' = I_{pad} \cos^2 a \quad (9.30)$$

Polaryzator przepuszcza maksimum natężenia gdy jego oś skierowana jest wzdłuż płaszczyzny polaryzacji.

Dowolne promieniowanie po przejściu przez polaryzator jest płaskopolaryzowane w kierunku osi polaryzatora.



Rys. 9.32. (a) Dwa wzajemnie prostopadłe polaroidy całkowicie wygaszają światło. (b) Światło pojawia się jeżeli pomiędzy nimi umieścić trzeci polaroid.

Na podobnej zasadzie oparte jest działanie polaroidowego filtra świetlnego:

- W przypadku światła niespolaryzowanego, składowe pola \vec{E} równoległe do łańcuchów molekularnych ulegają pochłonięciu. Po przejściu przez filtr polaroidowy pozostają jedynie te składowe, które są równoległe do osi polaroidu.
- Jeżeli za pierwszym polaroidem umieścić drugi, w taki sposób, aby ich osie były wzajemnie prostopadłe, to wiązka ulega całkowitemu pochłonięciu i z drugiego polaroidu światło nie wychodzi.
- Jeżeli teraz między dwoma skrzyżowanymi polaroidami umieścić trzeci polaroid, to światło ponownie pojawi się.

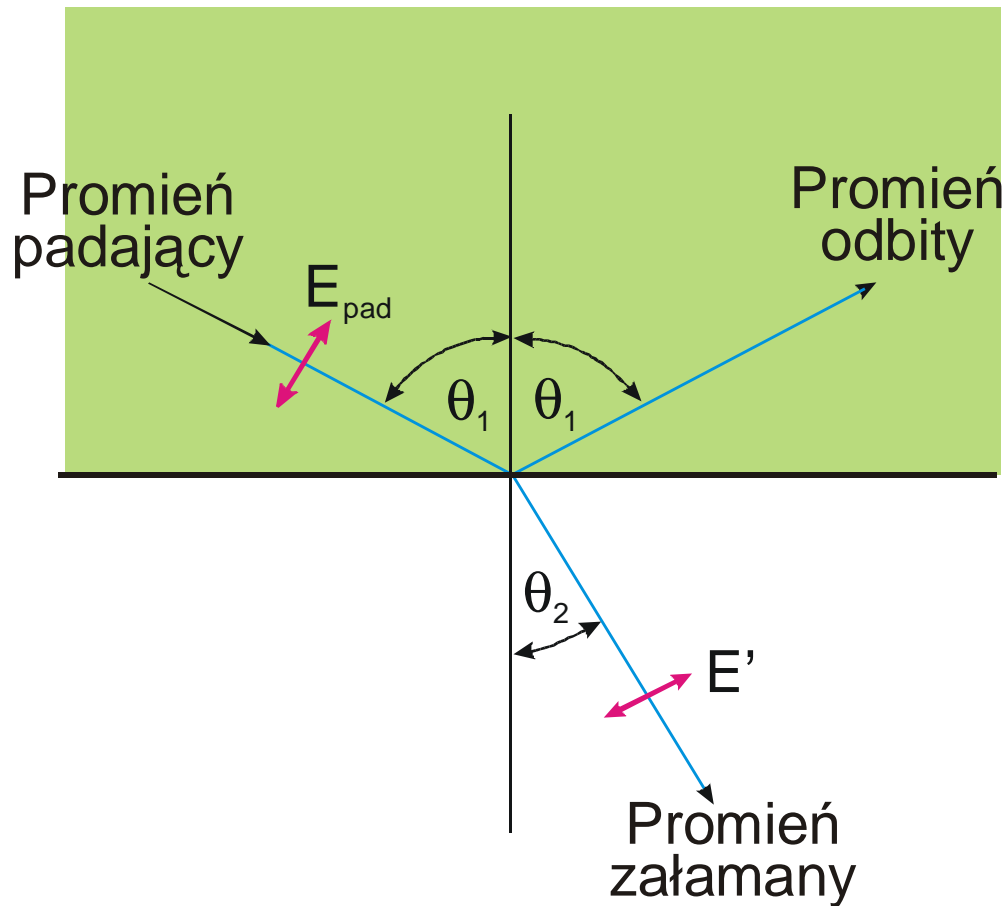
Założmy, że na środkowy polaroid pada światło, którego natężenie jest równe $I_o = I_{pad}/2$. Za drugim polaroidem światło będzie spolaryzowane pod kątem a i będzie charakteryzowało się natężeniem $I' = I_o \cos^2 a$. Oś ostatniego polaroidu tworzy kąt $\pi/2$ z płaszczyzną polaryzacji światła. Tak więc

$$I'' = I' \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - a \right) = (I_o \cos^2 a) \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - a \right) = \frac{I_o}{4} \sin^2 2a$$

Wyrażenie to ma maksymalną wartość dla $a = \pi/4$, przy czym w przypadku idealnych polaroidów końcowe natężenie wynosi $I_{pad}/8$.

Polaryzacja przez odbicie

Niespolaryzowane światło słoneczne staje się spolaryzowane przy odbiciu.



Rys. 9.33. Zmiana polaryzacji przy odbiciu. Promienie odbite i załamane są wzajemnie prostopadłe, tj. kierunek pola E' jest zgodny z kierunkiem promienia odbitego.

Prawo Snelliusa

$$\frac{\sin q_1}{\sin q_2} = n$$

- Odbite światło może być emitowane tylko dzięki drganiom atomów nieprzewodzącego ośrodka.
- Elektrony nie emitują promieniowania w kierunku swego ruchu.
- Jeżeli padające światło jest spolaryzowane jak pokazano na rys. 9.33, to elektrony będą drgały w kierunku \vec{E}' . W tym przypadku światło nie będzie odbijane, ponieważ odbijany promień skierowany byłby w kierunku ruchu elektronów.
- Jednakże, jeżeli padające światło spolaryzowane jest prostopadle do płaszczyzny rysunku, to odbicie jest dopuszczalne.


Na rys. 9.33 mamy $q_1 + q_2 = p/2$. Podstawiając do prawa Snelliusa $q_2 = (p/2) - q_1$ otrzymamy

$$\frac{\sin q_1}{\sin\left(\frac{p}{2} - q_1\right)} = n$$

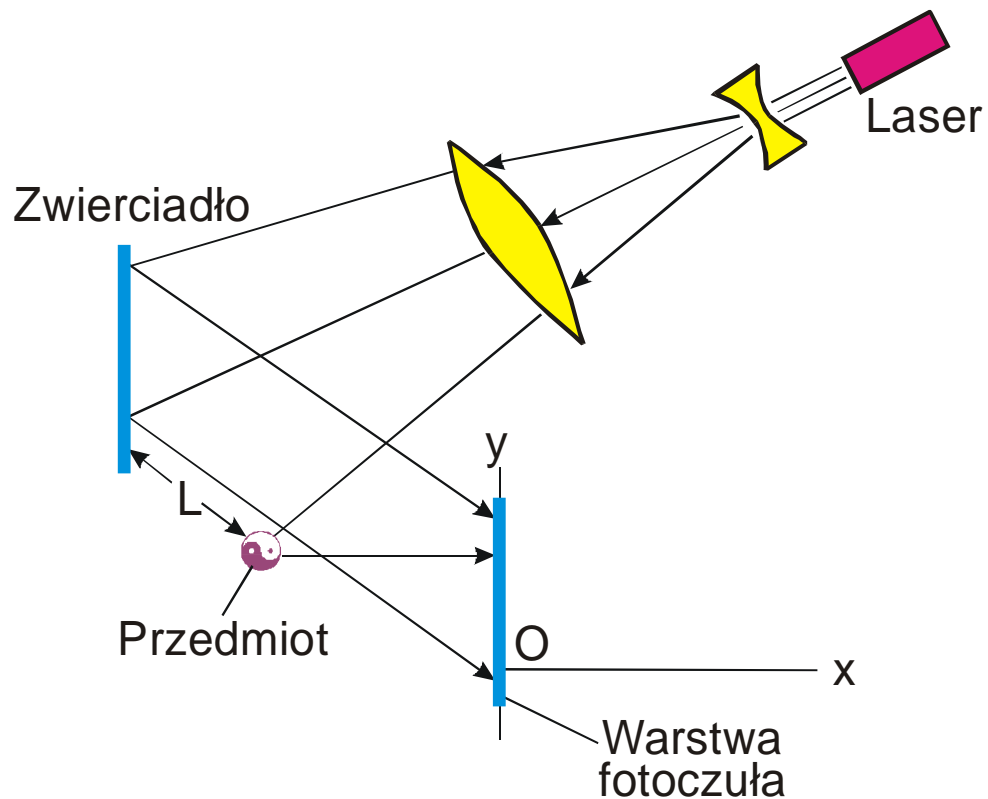
czyli

$$\operatorname{tg} q_1 = n \tag{9.31}$$

Jeżeli światło niespolaryzowane pada pod kątem Brewstera, to światło odbite jest spolaryzowane prostopadle do płaszczyzny rysunku. Ten warunek powstania polaryzacji przy odbiciu nazywamy prawem Brewstera.



Holografia



Rys. 9.34. Sposób otrzymywania hologramu. Na warstwę fotoczułą pada światło laserowe odbite od przedmiotu i wiązka odbita od zwierciadła.

Zasada holografii stanowi pogładową ilustrację falowej natury światła i tego w czym tkwi istotna różnica pomiędzy światłem koherentnym, a niekoherentnym.

Konieczna długość koherentności wynosi $2L$, gdzie L jest odległością pomiędzy przedmiotem a zwierciadłem.

Za pomocą obrazu na warstwie udaje się odtworzyć czoło fali z prawidłowymi wartościami amplitud i faz wzdłuż całej jego powierzchni (warstwa jest jedynie czuła na natężenie światła).

Założmy, że warstwa fotoczuła hologramu położona jest w płaszczyźnie yz . Wówczas amplitudę fali odbitej przez przedmiot w płaszczyźnie yz możemy napisać w postaci

$$E = a(y, z) \cos[wt + F(y, z)] \quad (9.32)$$

Przypuśćmy teraz, że mając taki rozkład amplitudy fali na warstwie, oświetlamy ją płaską falą lasera. Wówczas rozkład pola elektrycznego w płaszczyźnie warstwy ma postać

$$E_{wyp} = E_0 \cos wt + a \cos(wt + F)$$

gdzie $a = a(y, z)$ i $F = F(y, z)$.

Ponieważ natężenie jest proporcjonalne do kwadratu E_{wyp} , mamy

$$I = E_o^2 \cos^2 wt + 2E_o \cos wt \cos(wt + F) + a^2 \cos^2(wt + F)$$

Średnia wartość natężenia wynosi

$$\langle I \rangle = \frac{I_o}{2} + E_o a \langle [\cos F + \cos(2wt + F)] \rangle + \frac{a^2}{2}$$

Uwzględniono tu, że

$$\cos a \cos b = (1/2) \cos(b - a) + (1/2) \cos(a + b).$$

Średnia wartość $\cos(2wt + F) = 0$, dlatego

$$\langle I \rangle = K_1 + E_o a(y, z) \cos F(y, z) \quad (9.33)$$

gdzie $K_1 = (I_o + a^2)/2$.

W przypadku stosowania źródła światła o długości koherentności przewyższającej $2L$, udaje się zachować informację o rozkładzie fazy $F(y, z)$ na warstwie.

Poczernienie warstwy jest proporcjonalne do $\langle I \rangle$.

Jeżeli skierować na negatyw wiązkę lasera o natężeniu $I' \cos^2 wt$, to natychmiast za negatywem otrzymamy

$$I = I' \cos^2 wt [-K_2 (K_1 + E_o a \cos F)]$$

Odpowiednie pole elektryczne proporcjonalne jest do pierwiastka kwadratowego z wyrażenia, więc

$$E = E \cos wt [1 - (K_1 K_2 + K_2 E_0 a \cos F)]^{1/2}$$

$$\approx K_3 \cos wt + 2K_4 a \cos wt \cos F$$

gdzie

$$K_3 = 1 - \frac{K_1 K_2}{2} \quad \text{i} \quad K_4 = \frac{K_2 E_0}{4}$$

Stosując ponownie związek trygonometryczny

$$2 \cos a \cos b = \cos(a - b) + \cos(a + b),$$

mamy

$$E = K_3 \cos wt + K_4 a(y, z) \cos[wt + F(y, z)] + K_4 a(y, z) \cos[wt - F(y, z)]$$

$$\left(\begin{array}{c} \text{światło bezpośrednie} \\ \text{od lasera} \end{array} \right) + K_4 \left(\begin{array}{c} \text{światło odbite} \\ \text{od przedmiotu} \end{array} \right) + K_4 \left(\begin{array}{c} \text{światło od przedmiotu} \\ \text{o odwróconej fazie} \end{array} \right)$$

Pierwszy człon – rejestrowany jest przez oko obserwatora jako światło laserowe.

Drugi człon – w postaci światła odbitego od przedmiotu jakby przedmiot faktycznie znajdował się w swym pierwotnym położeniu.

Trzeci człon przejawia się w postaci jeszcze jednego realnego obrazu.

Chociaż holografie odkryto w 1949 r., pozostała nauką samą w sobie do początku lat sześćdziesiątych. Dopiero po konstrukcji pierwszych laserów znalazła szerokie zastosowanie.

Optyka geometryczna

Długość fali świetlnej jest na tyle mała w porównaniu z rozmiarami większości przyrządów optycznych, że efekty interferencyjne nie ujawniają się.

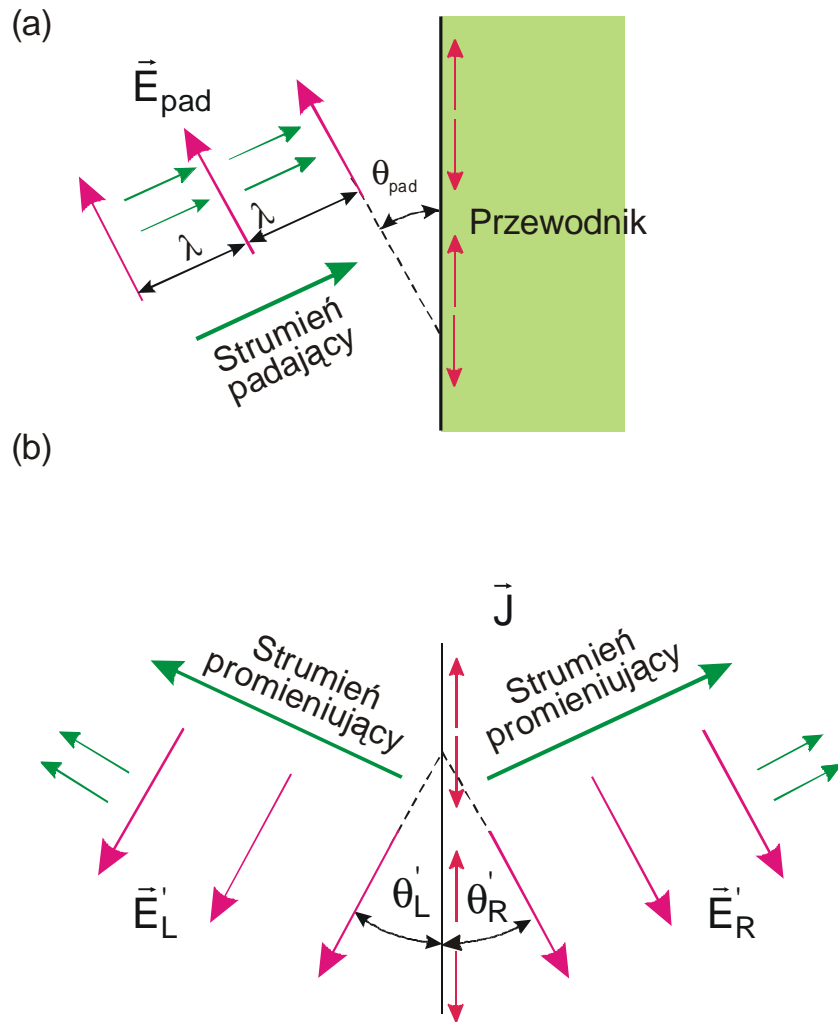
Fale świetlne rozprzestrzeniają się wzdłuż linii prostych prostopadłych do czoła fali.

Dowolna taka prosta wzdłuż kierunku propagacji fal świetlnych nazywana jest promieniem świetlnym.

Stosując prawo odbicia i załamania i zwykłe zasady geometrii euklidesowej można zbudować opis matematyczny lub obraz geometryczny propagacji promieni świetlnych.

Taki opis matematyczny promieni świetlnych stanowi oddzielny dział fizyki i nosi nazwę **optyki geometrycznej**.

Prawo odbicia



Prąd powierzchniowy okazuje się być takim, że pole wewnątrz przewodnika zawsze jest równe zero.

Oznacza to, że promieniowane przez prąd pole na prawą stronę dokładnie kompensuje E_{pad} . Tak więc

$$E'_R = -E_{pad} \quad \text{i} \quad q'_R = q_{pad}$$

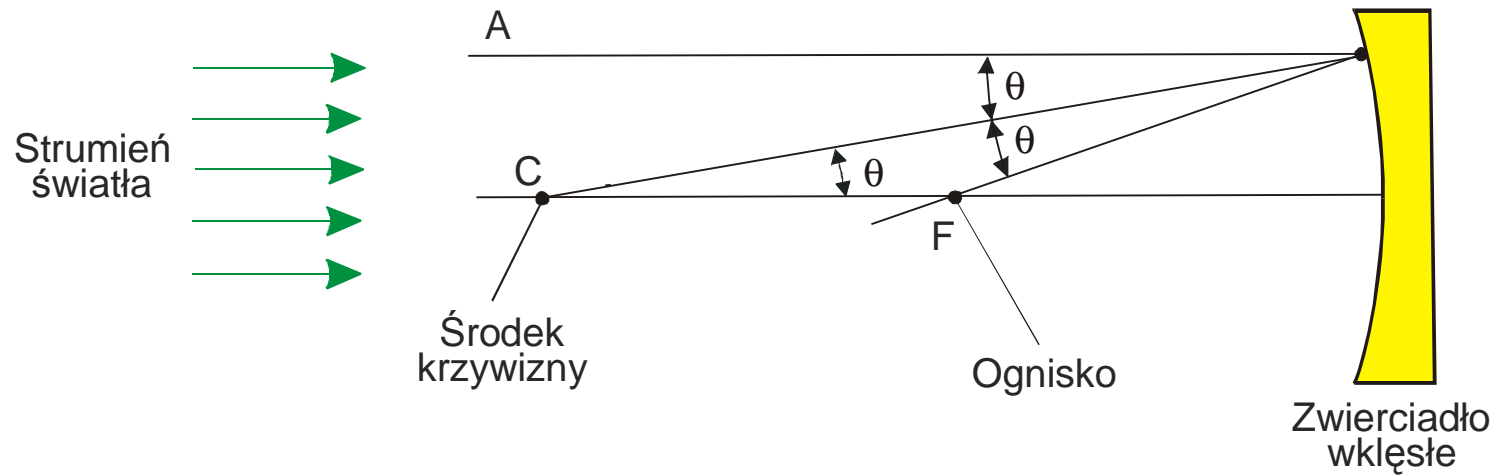
Warunki symetrii wymagają

$$E'_L = E'_R \quad \text{i} \quad q'_L = q'_R$$

Udowodniliśmy więc, że w przypadku powierzchni przewodzącej amplituda fali odbitej zachowuje się lecz jej składowa wzdłuż powierzchni zmienia swój kierunek na przeciwny.

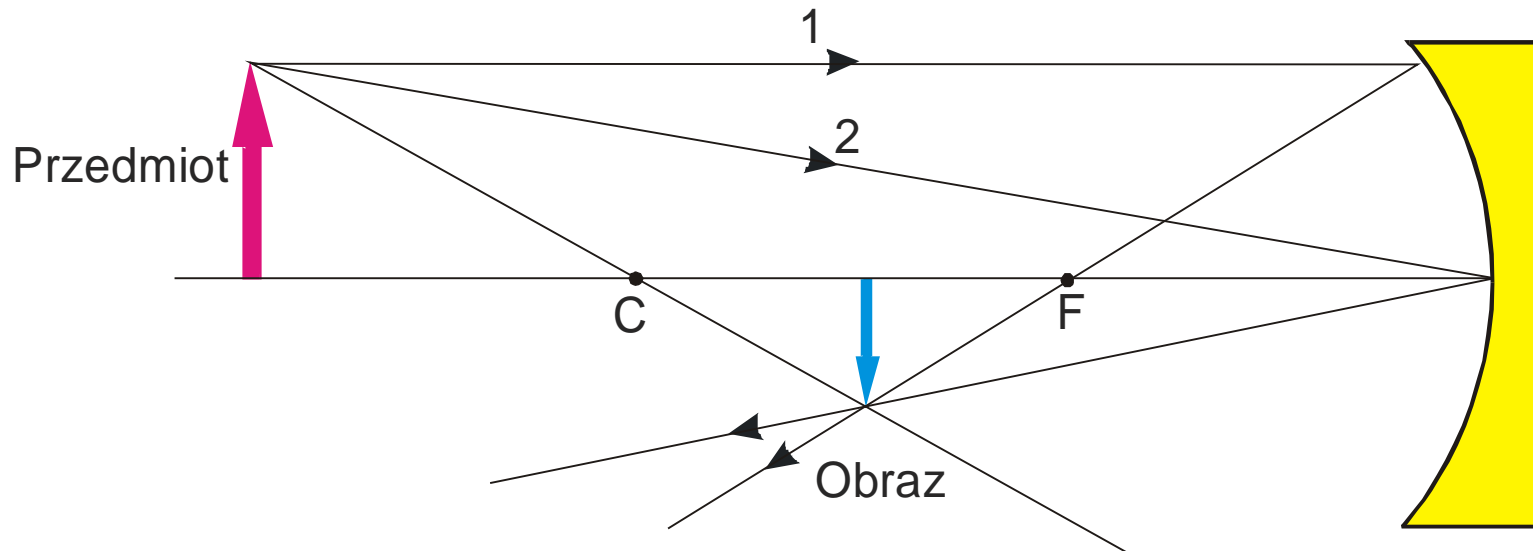
Rys. 9.35. (a) Trzy kolejne położenia czoła fali padającej pod kątem padania q_{pad} ; w przewodniku indukuje się prąd powierzchniowy $J(y)$, którego maksima odpowiadają przecięciu czoła fali z powierzchnią przewodnika. (b) Pole promieniowania wywołane jedynie prądem $J(y)$.

Jak widać z rys. 9.36, ogniskowa zwierciadła wklęsłego równa jest połowie jego promienia krzywizny.



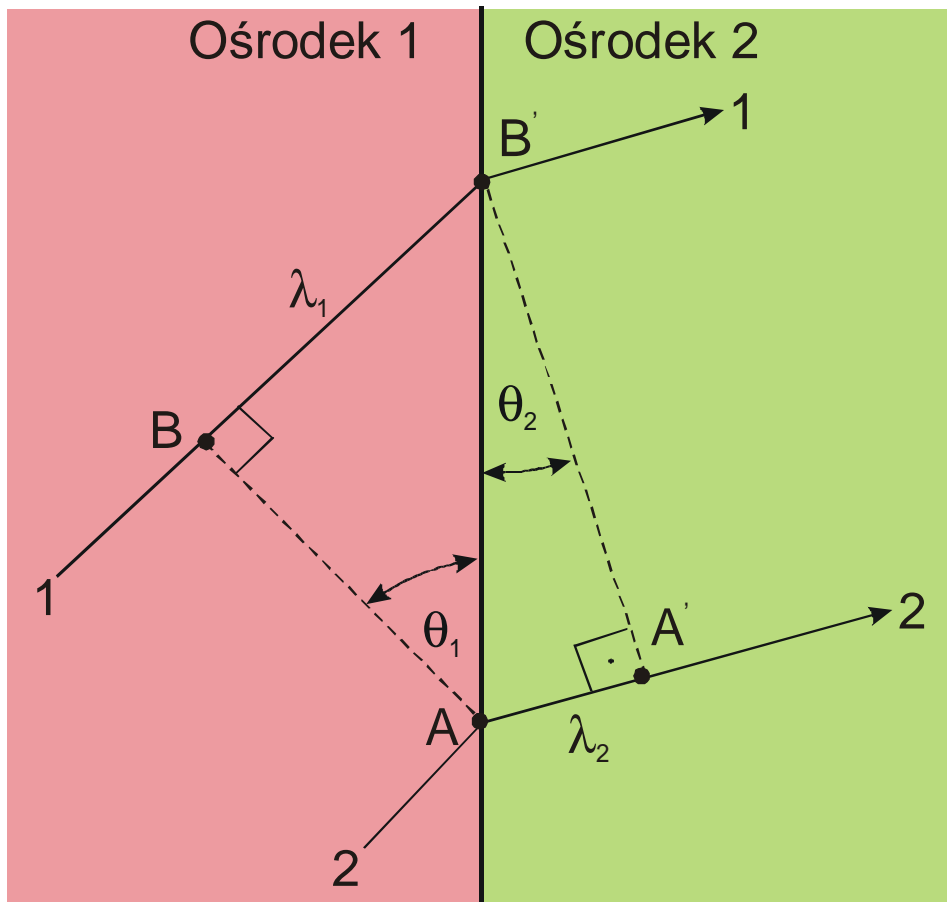
Rys. 9.36. Równoległa wiązka światła padająca na zwierciadło wklęsłe o promieniu CP.

Na rys. 9.37 pokazano jak można graficznie zbudować obraz przedmiotu (w danym przypadku strzałki), jeżeli znane jest położenie ogniska F.



Rys. 9.37. Tworzenie obrazu przez zwierciadło wklęsłe. Za pomocą promieni 1 i 2 określa się graficzne położenie obrazu.

Prawo załamania



Rys. 9.38. Dwa kolejne położenia czoła falowego, kiedy fala przechodzi, przez powierzchnię rozdziału szkło - powietrze.

Prawo załamania potwierdza, że przy przejściu z jednego ośrodka przezroczystego do drugiego, promień świetlny zmienia swój kierunek.

Na rysunku pokazano dwa kolejne położenia czoła falowego AB i A'B'.

$$l_1 = \frac{u_1}{f} \quad ; \quad l_2 = \frac{u_2}{f}$$

Z trójkąta prostokątnego ABB' znajdujemy

$$\sin q_1 = \frac{l_1}{AB'}$$

a z trójkąta prostokątnego A'AB

$$\sin q_2 = \frac{l_2}{AB'}$$

Podzielimy pierwszy związek przez drugi

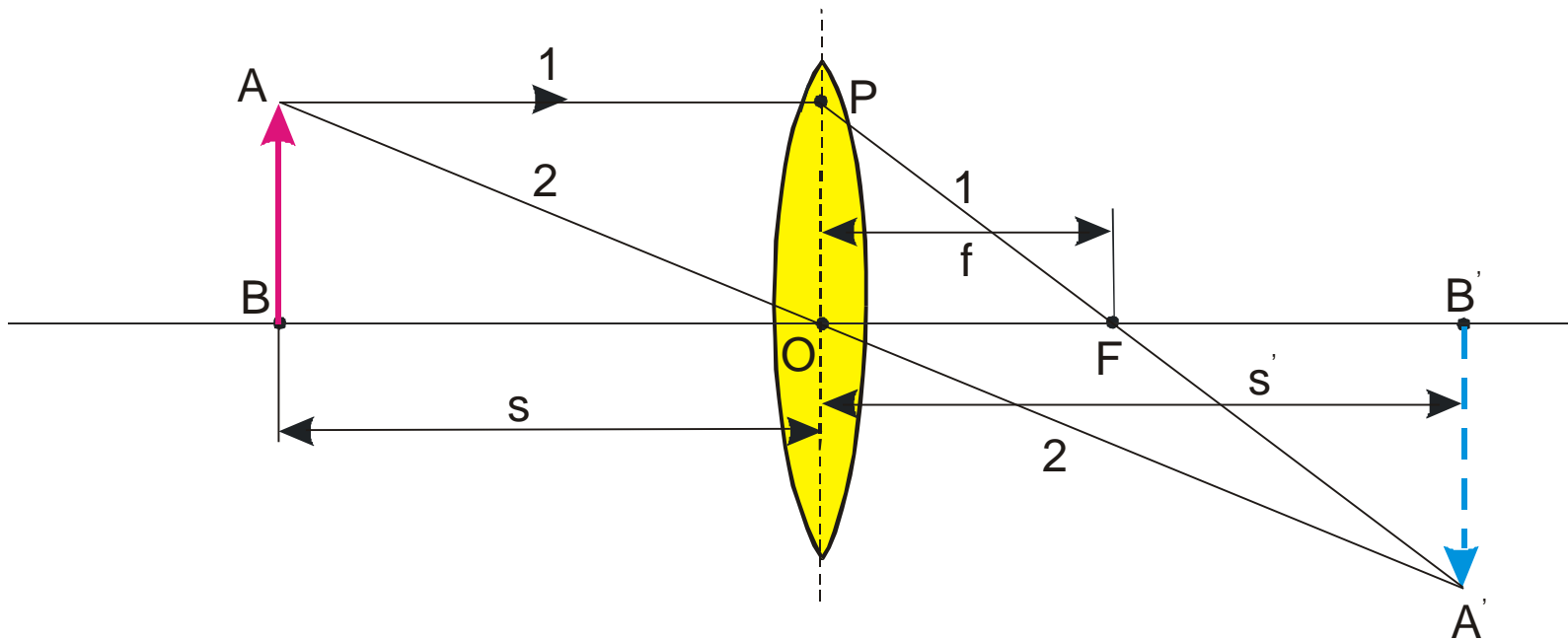
$$\frac{\sin q_1}{\sin q_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{c/u_2}{c/u_1}$$

Stąd

$$\frac{\sin q_1}{\sin q_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (9.34)$$

gdzie n_1 i n_2 współczynniki załamania odpowiednio ośrodka 1 i 2. Jest to prawo Snelliusa.

Soczewki



Rys. 9.39. Przedmiot AB położony jest w odległości s od soczewki o ogniskowej f . Obraz $A'B'$ położony jest w odległości s' od soczewki.

Trójkąt ABO jest podobny do trójkąta $A'B'O$. Dlatego

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{s'}{s} \quad (9.35)$$

Trójkąt POF podobny jest do trójkąta $A'B'F$, tak że

$$\frac{A'B'}{PO} = \frac{s'-f}{f} \quad (9.36)$$

Ponieważ $PO = AB$, lewe strony we wzorach (9.35) i (9.36) są równe. Przyrównując między sobą prawe strony, otrzymujemy

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad (9.37)$$

Związek ten między odległościami od przedmiotu i obrazu nazywany jest wzorem cienkiej soczewki.

Zwykle przy rozwiązywaniu jakichkolwiek zadań, elementy optyczne umieszcza się w taki sposób ażeby światło biegło przez soczewkę z lewa na prawo. Wówczas wielkość s' traktuje się jako dodatnią, jeżeli obraz położony jest na prawo od soczewki i ujemną – jeżeli obraz położony jest na lewo od niej.

W przypadku soczewki rozpraszającej wielkość f jest ujemna.

Wielkość s będzie ujemna, jeżeli promienie wychodzące z soczewki schodzą się w urojony przedmiot (może to być urojony obraz wytworzony na lewo od soczewki).